

# Correction de la seconde épreuve commune de mathématiques, classes de quatrième

Collège Saint-Martin

dernière version :  
18 mai 2008

## **Table des matières**

1	Présentation (2 pts) . . . . .	2
2	Partie numérique ( $6 + 6 + 3 + 5 + 2 = 22$ pts) . . . . .	2
3	Partie géométrique ( $7 + 9 = 16$ pts) . . . . .	4

## 1. Présentation (2 pts)

Sont pris en compte l'orthographe et la rédaction.

## 2. Partie numérique (6 + 6 + 3 + 5 + 2 = 22 pts)

▷ **Exercice 1** \_\_\_\_\_ (6 points) :

Barème détaillé : A : 2 pts, B : 2 pts, C : 1 pt, A + B + C : 1 pt

$$A = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{4}\right)$$

$$A = 1 - \left(\frac{8}{12} + \frac{3}{12}\right)$$

$$A = 1 - \frac{11}{12}$$

$$A = \frac{12}{12} - \frac{11}{12}$$

$$A = \frac{1}{12}$$

$$C = \frac{4}{5} \times \frac{35}{8}$$

$$C = \frac{4}{5} \times \frac{7 \times 5}{4 \times 2}$$

$$C = \frac{7}{2}$$

$$B = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{1}{5}}$$

$$B = \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{5}{5} + \frac{1}{5}}$$

$$B = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{6}{5}}$$

$$B = \frac{1}{2} \times \frac{5}{6}$$

$$B = \frac{5}{12}$$

$$A + B + C = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{2}$$

$$A + B + C = \frac{1}{12} + \frac{5}{12} + \frac{42}{12}$$

$$A + B + C = \frac{48}{12}$$

$$A + B + C = 4$$

▷ **Exercice 2** \_\_\_\_\_ (6 points) :

Barème détaillé : a) : 1 + 1 pts, b) : 2 pts, c) : 2 pts

a) Si  $x = \frac{1}{2}$ , alors  $E = 4 \times \frac{1}{4} + 8 \times \frac{1}{2} - 5 = 1 + 4 - 5 = 0$

Si  $x = \frac{5}{2}$ , alors  $E = 4 \times \frac{25}{4} + 8 \times \frac{5}{2} - 5 = 25 + 20 - 5 = 40$

$$F = (x+5)(2x-1) + x(2x-1)$$

b)  $F = 2x^2 - x + 10x - 5 + 2x^2 - x$

$$F = 4x^2 + 8x - 5 = E$$

c) On peut par exemple développer l'expression donnée :

$$(2x-1)(2x+5) = 4x^2 + 10x - 2x - 5$$

$$= 4x^2 + 8x - 5 = E$$

Une autre méthode consisterait à factoriser l'expression  $E$  (laissé en exercice au lecteur).

▷ **Exercice 3** \_\_\_\_\_ (3 points) :

Barème détaillé : Poser l'inconnue : 0,5 pt, Ecrire l'équation : 1 pt, Résolution : 1,5 pt

Soit  $c$  la capacité totale de la citerne exprimée en litres.

L'énoncé se traduit alors par l'équation suivante :

$$500 + \frac{c}{3} = \frac{c}{2}$$

Il vient alors :

$$500 = \frac{c}{2} - \frac{c}{3}$$

soit :

$$500 = \frac{3c}{6} - \frac{2c}{6}$$

ou encore :

$$500 = \frac{c}{6}$$

donc :

$$c = 6 \times 500 = 3000$$

La capacité totale de la citerne était de 3 000L. La vérification est laissée au lecteur.

▷ **Exercice 4** \_\_\_\_\_ (5 points) :

Barème détaillé : a) : 1 pt, b) : 1 pt, c) : 2 pts, d) : 1 pt

a)  $P = 6 \times 2 + 2 \times (3x + 6) = 12 + 6x + 12 = 6x + 24$

b)  $P = 36$  équivaut à  $6x + 24 = 36$ , soit à  $6x = 36 - 24 = 12$  et ainsi  $x = \frac{12}{6} = 2$

c)  $A = 6 \times (x + 3) + 2 \times (x + 2) + (x + 1) \times 1 = 9x + 23$

d)  $9x + 23 = 89$  équivaut à  $9x = 66$ , soit  $x = \frac{66}{9} = \frac{22}{3}$  cm

▷ **Exercice 5** \_\_\_\_\_ (2 points) :

Barème détaillé : Calculs : 1,5 pts, Ecriture scientifique : 0,5 pt

$$G = \frac{5 \times 10^{-2} \times 7 \times 10^5}{2 \times 10^7}$$

$$G = \frac{35 \times 10^3}{2 \times 10^7}$$

$$G = \frac{35}{2} \times \frac{10^3}{10^7}$$

$$G = 17,5 \times 10^{-4}$$

$$G = 1,75 \times 10^1 \times 10^{-4}$$

$$G = 1,75 \times 10^{-3}$$

### 3. Partie géométrique (7 + 9 = 16 pts)

▷ **Exercice 6** \_\_\_\_\_ (7 points) :

Barème détaillé : a) : 2 pts, b) : 1,5 pts, c) : 3,5 pts

- a)  $(TO)$  étant tangente aux deux cercles, on a donc :
- $$\left. \begin{array}{l} - (TO) \perp (SO) \\ - (TO) \perp (LU) \end{array} \right\} (SO) \parallel (LU) \text{ car deux droites perpendiculaires à une même troisième sont parallèles entre elles.}$$

- b) On a facilement, en notation scientifique :

$$SO = 6,96 \times 10^5 \text{ km}$$

$$LU = 1,738 \times 10^3 \text{ km}$$

$$TS = 1,5 \times 10^8 \text{ km}$$

- c) Dans le triangle  $SOT$ , les droites  $(SO)$  et  $(LU)$  sont parallèles. On peut par conséquent utiliser la propriété de Thalès :

$$\frac{TU}{TO} = \frac{TL}{TS} = \frac{LU}{SO}$$

De  $\frac{TL}{TS} = \frac{LU}{SO}$ , on obtient :

$$TL = TS \times \frac{LU}{SO} = \frac{1,5 \times 10^8 \times 1,738 \times 10^4}{6,96 \times 10^5} = 374\,569 \text{ km au km près.}$$

▷ **Exercice 7** \_\_\_\_\_ (9 points) :

Barème détaillé : a) : 2 pts, b) : 2 pts, c) : 2 pts, d) : 1,5 pts, e) : 1,5 pts

- a) On dispose des longueurs des trois côtés du triangle  $CDE$ . Le plus grand d'entre eux étant  $DE$ , on calcule son carré :

$$DE^2 = 25^2 = 625$$

D'autre part :

$$CD^2 + CE^2 = 15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$$

Ainsi,  $DE^2 = CD^2 + CE^2$  et d'après la réciproque du théorème de Pythagore,  $CDE$  est rectangle en  $C$ .

- b)  $CDE$  étant rectangle, on peut calculer le cosinus de l'angle aigu  $\widehat{CDE}$  :

$$\cos(\widehat{CDE}) = \frac{CD}{DE} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}. \text{ Alors, } \widehat{CDE} =$$

- c)  $B$  appartient à  $[CD]$  et  $A$  appartient à  $[CE]$ , comme  $CDE$  est rectangle en  $C$ , il en est de même pour  $ABC$ . D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = CB^2 + CA^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100, \text{ donc } AB = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

- d) Puisque  $ABC$  est rectangle en  $C$  (démonstration très simple laissée au lecteur), on a :

$$\cos(\widehat{CBA}) = \frac{BC}{BA} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5} = \cos(\widehat{CDE})$$

- e) D'après la question précédente, on obtient  $\widehat{CBA} = \widehat{CDE}$ , comme ces deux angles sont correspondants et de même mesure, les droites qui les déterminent sont parallèles (cours de cinquième).