

Correction des épreuves communes de mathématiques 4ème (janvier 2009):**Partie Numérique****Exercice 1: (4 points)**

$$A = 13 - 3 \times 4 + 8$$

$$A = 13 - 12 + 8$$

$$A = 1 + 8$$

$$A = 9 \text{ (1 pt)}$$

$$B = -4 + 2[-3 \times (5 - 7) - 9]$$

$$B = -4 + 2 \times [-3 \times (-2) - 9]$$

$$B = -4 + 2 \times [6 - 9]$$

$$B = -4 + 2 \times (-3)$$

$$B = -4 - 6$$

$$B = -10 \text{ (1,5 pts)}$$

$$C = \frac{-8 + 8 \times (-2) - 2}{-5 \times 2 - 2 \times (-2)}$$

$$C = \frac{-8 - 16 - 2}{-10 + 4}$$

$$C = \frac{-26}{-6}$$

$$C = \frac{13}{3} \text{ (1,5 pts)}$$

Exercice 2: (4,5 pts)

$$A = \frac{1}{7} - \frac{15}{7} \times \frac{1}{6}$$

$$A = \frac{1}{7} - \frac{3 \times 5}{7} \times \frac{1}{3 \times 2}$$

$$A = \frac{1}{7} - \frac{5}{7} \times \frac{1}{2}$$

$$A = \frac{1}{7} - \frac{5}{14}$$

$$A = \frac{2}{14} - \frac{5}{14}$$

$$A = \frac{-3}{14} \text{ (1 pt)}$$

$$B = \frac{1}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{12}$$

$$B = \frac{6}{24} + \frac{15}{24} + \frac{2}{24}$$

$$B = \frac{23}{24} \text{ (1 pt)}$$

$$C = 1 - \left(\frac{2}{3} + \frac{1}{5} \right)$$

$$C = 1 - \left(\frac{10}{15} + \frac{3}{15} \right)$$

$$C = 1 - \frac{13}{15}$$

$$C = \frac{15}{15} - \frac{13}{15}$$

$$C = \frac{2}{15} \text{ (1 pt)}$$

$$D = \frac{3 - \frac{5}{2}}{1 + \frac{2}{5}}$$

$$D = \frac{\frac{6}{2} - \frac{5}{2}}{\frac{5}{5} + \frac{2}{5}}$$

$$D = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{7}{5}}$$

$$D = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7}$$

$$D = \frac{5}{14} \text{ (1,5 pts)}$$

$$D = \frac{5}{14}$$

Exercice 3: (3 pts)

a) La limonade représente $1 - \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6}\right)$ du tout, soit $1 - \left(\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12}\right) = \frac{12}{12} - \frac{9}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ du

cocktail. (1,5 pts)

b) Comme 1L=100cL, on a 1,5L=150cL et on peut ainsi dresser le tableau suivant : (1,5 pts)

Ingrédient	Proportion	Quantité obtenue (cL):
Jus d'orange	$\frac{1}{3}$	50
Jus de mangue	$\frac{1}{4}$	37,5
Jus de goyave	$\frac{1}{6}$	25
Limonade	$\frac{1}{4}$	37,5

Exercice 4: (2 pts = 0,5 fois 4)

$$3^7 \times 3^2 = 3^{7+2} = 3^9$$

$$2^{-3} \times 2 \times 2^{-5} = 2^{-3+1-5} = 2^{-7} = \frac{1}{2^7}$$

$$\frac{7^{-8} \times 7}{7^{-3}} = \frac{7^{-7}}{7^{-3}} = 7^{-7+3} = 7^{-4} = \frac{1}{7^4}$$

$$2^5 \times 3^5 = (2 \times 3)^5 = 6^5$$

Exercice 5: (5 pts)

$A = \frac{4,5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^2} = \frac{3 \times 1,5 \times 10^{-3}}{3 \times 10^2} = 1,5 \times 10^{-3-2} = 1,5 \times 10^{-5}$ (scientifique) ou 0,000015 (décimale) (1,5 pts)

$$B = \frac{5 \times 10^2 \times 2,4 \times (10^{-2})^4}{0,2 \times 10^{-9}}$$

$$B = \frac{12 \times 10^2 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-1} \times 10^{-9}}$$

$$B = \frac{12 \times 10^{2-8}}{2 \times 10^{-1-9}}$$

$$B = \frac{2 \times 6 \times 10^{-6}}{2 \times 10^{-10}}$$

$$B = 6 \times 10^{-6+10}$$

$$B = 6 \times 10^4 \text{ (scientifique)}$$

$$B = 60000 \text{ (décimale)} (1,5 \text{ pts})$$

$$C = 5^3 - (3 + 2^2)^2$$

$$C = 5^3 - (3 + 4)^2$$

$$C = 5^3 - 7^2$$

$$C = 125 - 49$$

$$C = 76 \text{ (décimale)}$$

$$C = 7,6 \times 10^1 \text{ (scientifique) (2 pts)}$$

Exercice 6: (2 pts)

$$A = -5 + 4x$$

Lorsque $x = -3$, on a :

$$A = -5 + 4 \times (-3) = -5 - 12 = -17 \text{ (1 pt)}$$

Lorsque $x = \frac{3}{2}$, on a :

$$A = -5 + 4 \times \frac{3}{2} = -5 + 2 \times 2 \times \frac{3}{2} = -5 + 6 = 1 \text{ (1 pt)}$$

Exercice 7: (1,5 pts)

a) le produit de l'inverse de 5 par 2 est : $2 \times \frac{1}{5}$ soit $\frac{2}{5}$; (0,5 pt)

b) la somme du produit de -4 par 5 et du quotient de -35 par 5 est : $-4 \times 5 + \frac{-35}{5}$ soit $-20 - 7 = -27$; (0,5 pt)

c) le carré de la somme de 6 et de 3 est $(6+3)^2$ soit $9^2 = 81$ (0,5 pt)

Partie Géométrique

Exercice 8: (3 pts)

a) Le plus grand côté de ABC étant BC, on calcule son carré : $BC^2 = 8,9^2 = 79,21$

Ensuite, on calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$$AB^2 + AC^2 = 3,9^2 + 8^2 = 15,21 + 64 = 79,21$$

Comme $AB^2 + AC^2 = BC^2$, le triangle ABC est donc rectangle en A d'après la réciproque du théorème de Pythagore. (2 pts)

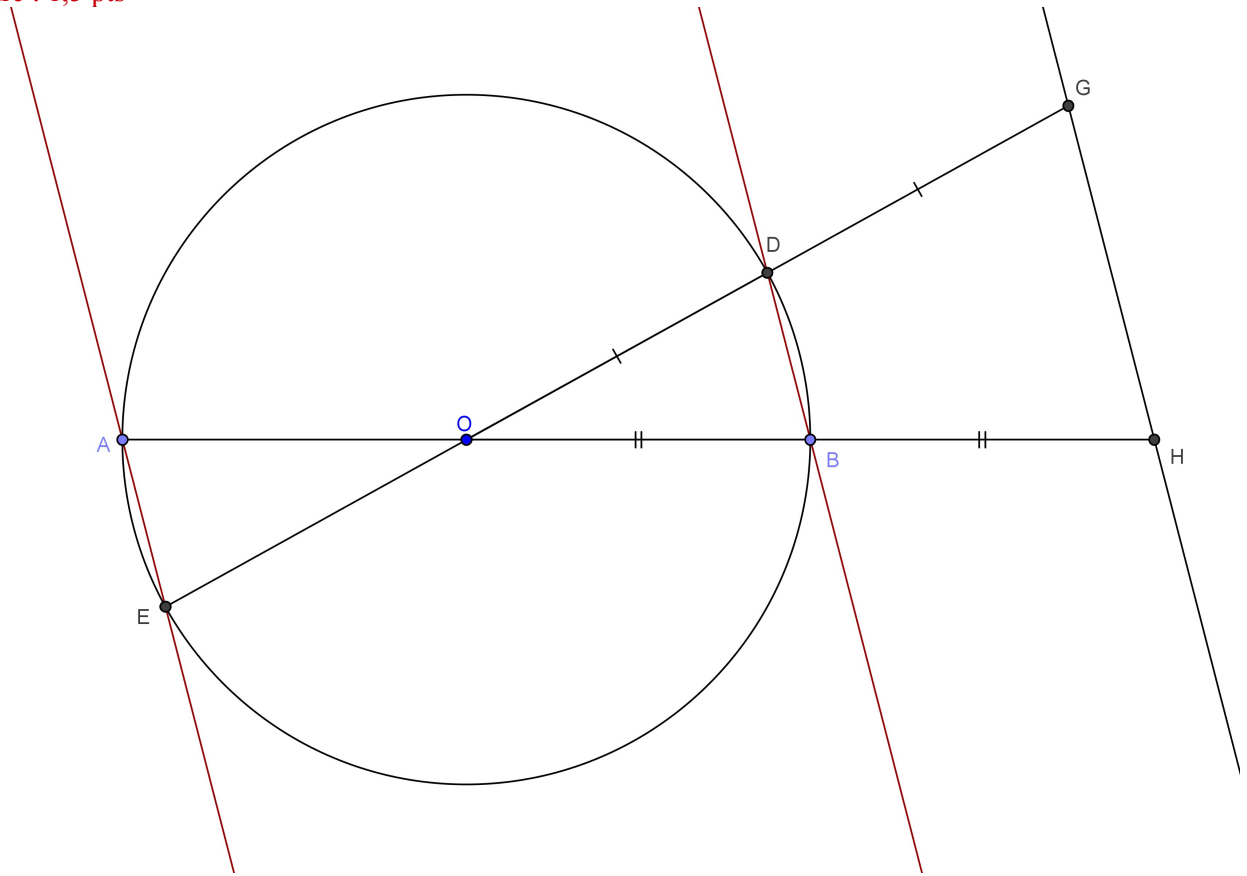
b) Le plus grand côté de BDC est BC, on dispose déjà de son carré (question précédente).

Ensuite, on calcule la somme des carrés des deux autres côtés :

$$BD^2 + DC^2 = 5,3^2 + 7,1^2 = 28,09 + 50,41 = 78,5$$

Comme $BD^2 + DC^2 \neq BC^2$, le triangle BDC n'est donc pas rectangle en A (d'après le théorème de Pythagore cette fois-ci). (1 pt)

Exercice 9:(5,5 pts)
figure : 1,5 pts



Voici la figure obtenue par le logiciel Géogebra.

a) [AB] étant un diamètre du cercle de centre O signifie encore que O est milieu de [AB].
[DE] étant aussi un diamètre du cercle de centre O, O est aussi le milieu de [DE].

Le quadrilatère ADBE a donc ses diagonales [AB] et [DE] qui se coupent en leur milieu O, c'est donc un parallélogramme, et ainsi (AE) est parallèle à (BD).(1,5 pts)

b) G étant symétrique de O par rapport à D, on en déduit que D est le milieu de [OG].

De même, H étant symétrique de O par rapport à B, on en déduit que B est le milieu de [OH].

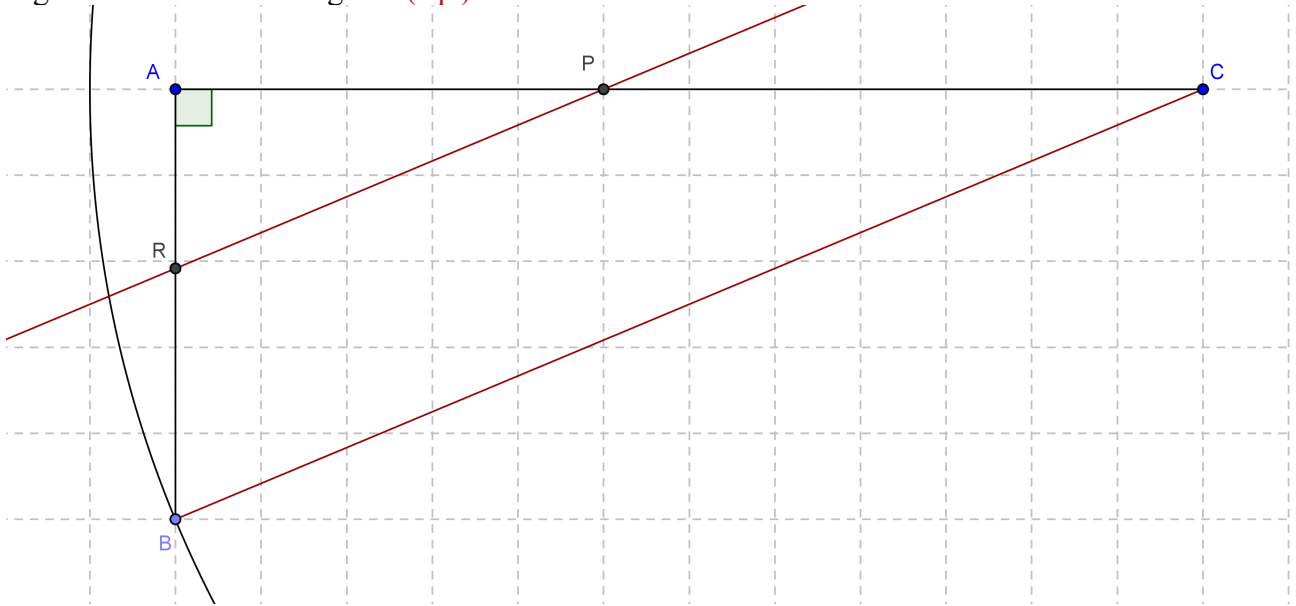
On peut par conséquent appliquer le théorème des milieux dans le triangle OGH pour conclure que les droites (DB) et (GH) sont parallèles.(1,5 pts)

c) Dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté. Si on applique cette propriété dans le triangle OGH, on obtient

$$DB = \frac{GH}{2} \text{ ou encore } GH = 2 \times DB = 2 \times 2 = 4 \text{ cm. (1 pt)}$$

Exercice 10:(7,5 pts)

Figure obtenue avec Géogebra.(1 pt)



a) On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABC rectangle en A :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2, \text{ donc } AB^2 = BC^2 - AC^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$$

On en déduit que $AB = \sqrt{25} = 5$ cm car une distance est toujours positive.(1,5 pts)

b) Comme le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$\cos(\widehat{ACB}) = \frac{AC}{BC} = \frac{12}{13}$$

On en déduit que $\widehat{ACB} = 23$ degrés, au degré près.(1,5pts)

Comme dans un triangle rectangle, les angles aigus sont complémentaires, il vient :

$$\widehat{ABC} = 90 - \widehat{ACB} = 67 \text{ degrés. (05 pt)}$$

c) Dans le triangle ABC, les droites (AB) et (AC) sont sécantes en A, et les droites (PR) et (BC) sont parallèles. On peut donc appliquer le théorème de Thalès (les triangles APR et ACB ont leurs côtés proportionnels):

$$\frac{AP}{AC} = \frac{AR}{AB} = \frac{PR}{BC}$$

De $\frac{AP}{AC} = \frac{AR}{AB}$, on obtient $\frac{5}{12} = \frac{AR}{5}$, soit $AR = \frac{5 \times 5}{12} = \frac{25}{12}$ cm (valeur exacte) et $AR = 2,1$ cm (arrondi au dixième).

De $\frac{AP}{AC} = \frac{PR}{BC}$, on obtient $\frac{5}{12} = \frac{PR}{13}$, soit $PR = \frac{13 \times 5}{12} = \frac{65}{12}$ cm (valeur exacte) et $PR = 5,4$ cm (arrondi au dixième).(3 pts)