Activités géométriques.(14 points)

Exercice 7: *Vous ferez une figure soignée respectant les dimensions.*
Construire un triangle EFG tel que $EF=5cm$ et $\widehat{E}=\widehat{F}=60°$.
Tracer la perpendiculaire en E à la droite (EG). Elle coupe la droite (GF) en D.
a. Quelle est la nature de EFG ?
b. Démontrer que F est le milieu de [DG]
c. Calculer la longueur DE.

a. Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180°. Dans EFG, on a donc $\widehat{G}=180-(\widehat{E}+\widehat{F})=180-120=60°$, et ainsi EFG est équilatéral.

b. On a alors $\widehat{FED}=\widehat{GED}-\widehat{GEF}=90-60=30°$. Et dans le triangle GED rectangle en E par construction, les angles $\widehat{EGD}$ et $\widehat{EDG}$ sont complémentaires, donc:
$\widehat{EDG}=90-\widehat{EGD}=90-60=30°$. Ainsi, le triangle EFD a deux angles égaux à 30°, il est donc isocèle en F et ainsi, $FE=FD$.
Or, d'après la première question, $FE=FG$, on en déduit donc que $FD=FG$ et comme G,F et D sont alignés, le point F est donc le milieu de *[GD]*.

c. Le calcul de DE peut se faire de deux façons différentes, soit avec le théorème de Pythagore, soit par un cosinus. Nous emploierons ici la première méthode, la seconde étant utilisée dans l'exercice 8.
D'après les questions précédentes, on sait que GED est rectangle en E, que $EG=5cm$ et $GD=10\ cm$.
Le théorème de Pythagore appliqué à GED est rectangle en E donne:
$GD^2=EG^2+ED^2$, soit $ED^2=GD^2-EG^2=10^2-5^2=100-25=75$
Ainsi, $ED=\sqrt{75}\ cm$. (l'énoncé ne demande pas d'approximation particulière, on laisse donc la valeur exacte).

Exercice 8: Construire le cercle ($\mathscr{C}$) de centre O et de rayon $4\ cm$. Tracer un diamètre [AB] de ce cercle. Construire le point S symétrique du point O par rapport au point A, puis le cercle ($\mathscr{C}$') de diamètre [OS]. Le cercle ($\mathscr{C}$') coupe le cercle ($\mathscr{C}$) en deux points T et T'.
1. Démontrer que le triangle SOT est rectangle en T.
2. Que représente la droite (ST) pour le cercle ($\mathscr{C}$) ?
3. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOT}$.
4. La droite passant par B et parallèle à la droite (OT) coupe la droite (ST) en P. Construire la droite (BP) puis calculer BP.

1. Le triangle SOT est inscrit dans un (demi) cercle ($\mathscr{C}$') de diamètre un de ses côtés (*[SO]*), il est donc rectangle en *T*.
2. D'après la question 1, $(ST)\perp(TO)$, la droite *(ST)* est donc perpendiculaire au rayon *[SO]* du cercle ($\mathscr{C}$) et elle passe par *T*, c'est donc la tangente en *T* au cercle ($\mathscr{C}$).
3. Comme SOT est rectangle en T, on peut considérer $\cos(\widehat{SOT})=\frac{OT}{SO}=\frac{4}{8}=\frac{1}{2}$ et ainsi, $\widehat{SOT}=60°$.
4. Dans le triangle SPB, on a T∈ [SP], O ∈ [SB], et (TO)∥(PB), d'après le théorème de Thalès: $\frac{ST}{SP}=\frac{SO}{SB}=\frac{OT}{PB}$. Ainsi, $PB=\frac{OT\times SB}{SO}=\frac{4\times 12}{8}=\frac{4\times 2\times 6}{4\times 2}=6\,cm$.