

## Correction des épreuves communes de mathématiques de 4ème vendredi 21 janvier 2011

### Partie 1 Activités numériques

#### Exercice 1

Calculer les expressions suivantes en écrivant les étapes :

$$A = 13 - 3 \times 4$$

$$B = -4 + 2 \times [-3 \times (5 - 7) - 9]$$

$$A = 13 - 12$$

$$B = -4 + 2 \times [-3 \times (-2) - 9]$$

$$A = 1$$

$$B = -4 + 2 \times [6 - 9]$$

$$B = -4 + 2 \times (-3)$$

$$B = -4 - 6$$

$$B = -10$$

#### Exercice 2

Calculer et donner le résultat sous forme d'une fraction simplifiée :

$$A = \frac{1}{5} - \frac{12}{5} \times \frac{1}{6} \quad B = \frac{1}{4} + \frac{5}{8} + \frac{1}{12} \quad C = \frac{2 - \frac{3}{2}}{1 + \frac{2}{5}}$$

$$A = \frac{1}{5} - \frac{6 \times 2}{5} \times \frac{1}{6}$$

$$B = \frac{6}{24} + \frac{15}{24} + \frac{2}{24}$$

$$C = \frac{\frac{4}{5} - \frac{3}{2}}{\frac{2}{5} + \frac{2}{5}}$$

$$A = \frac{1}{5} - \frac{2}{5}$$

$$B = \frac{23}{24}$$

$$C = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{4}{5}}$$

$$A = \frac{-1}{5}$$

$$C = \frac{1}{2} \times \frac{5}{7}$$

$$C = \frac{5}{14}$$

#### Exercice 3

Dans un magasin d'informatique, on vend trois sortes de baladeurs MP3.

$\frac{5}{12}$  des baladeurs ont une capacité de 256Mo et  $\frac{3}{8}$  des baladeurs ont une capacité de 512Mo, les autres ont une capacité de 1 Go (1000Mo)

- Quelle est la proportion de baladeurs qui ont une capacité de 1 Go ?
- Combien y a-t-il de baladeurs de chaque sorte sachant qu'il y en a au total 168 dans le magasin ?

a) Les baladeurs de 256 Mo et de 512 Mo représentent  $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{10}{24} + \frac{9}{24} = \frac{19}{24}$  de la production. Il en reste  $\frac{24}{24} - \frac{19}{24} = \frac{5}{24}$ , ce qui représente la proportion de baladeurs d'une capacité de 1 Go.

b)  $168 \times \frac{5}{12} = 70$  baladeurs de 256 MO.  $168 \times \frac{3}{8} = 63$  baladeurs de 512 MO et  $168 \times \frac{5}{24} = 35$  baladeurs de 1 Go.

**Exercice 4**Ecrire sous la forme  $a^n$ :

$$3^{10} \times 3^2 \qquad 2^{-3} \times 2 \times 2^{-5} \qquad \frac{7^{-12} \times 7}{7^{-3}} \qquad 2^{25} \times 7^{25}$$

- a)  $3^{10} \times 3^2 = 3^{10+2} = 3^{12}$   
 b)  $2^{-3} \times 2 \times 2^{-5} = 2^{-3+1-5} = 2^{-7}$   
 c)  $\frac{7^{-12} \times 7}{7^{-3}} = \frac{7^{-12+1}}{7^{-3}} = \frac{7^{-11}}{7^{-3}} = 7^{-11+3} = 7^{-8}$   
 d)  $2^{25} \times 7^{25} = (2 \times 7)^{25} = 14^{25}$

**Exercice 5**

Calculer et donner l'écriture scientifique de :

$$A = \frac{4,5 \times 10^{-13}}{3 \times 10^{12}} \qquad B = \frac{5 \times 10^2 \times 2,4 \times (10^{-2})^4}{0,2 \times 10^{-9}} \qquad C = \frac{5^3 - (3+2^2)^2}{10^3}$$

$$A = \frac{4,5}{3} \times \frac{10^{-13}}{10^{12}}$$

$$A = 1,5 \times 10^{-13-12}$$

$$A = 1,5 \times 10^{-25}$$

$$B = \frac{5 \times 2,4 \times 10^2 \times 10^{-8}}{2 \times 10^{-1} \times 10^{-9}}$$

$$B = \frac{12}{2} \times \frac{10^{2-8}}{10^{-1-9}}$$

$$B = 6 \times \frac{10^{-6}}{10^{-10}}$$

$$B = 6 \times 10^{-6+10}$$

$$B = 6 \times 10^4$$

$$C = \frac{125 - (3+4)^2}{10^3}$$

$$C = \frac{125 - 49}{10^3}$$

$$C = \frac{76}{10^3}$$

$$C = 76 \times 10^{-3}$$

$$C = 7,6 \times 10^1 \times 10^{-3}$$

$$C = 7,6 \times 10^{1-3}$$

$$C = 7,6 \times 10^{-2}$$

**Exercice 6**On considère l'expression  $A = -5 + 4x - (2x + 1) + (-x + 2)$ 

- a) Simplifier l'écriture de A  
 b) Calculer A pour  $x = -3$

a)  $A = -5 + 4x - 2x - 1 - x + 2 = x - 4$

b) Si  $x = -3$ ,  $A = -3 - 4 = -7$ .

**Exercice 7:**

Ecrire et calculer les expressions suivantes :

- a) le carré de la somme de 6 et de 3  
 b) la somme du produit de  $-4$  par 5 et du quotient de  $-35$  par 5  
 c) le produit de l'inverse de 5 par 2  
 d) l'opposé de l'inverse de  $-5$

a)  $(6 + 3)^2 = 9^2 = 81$

b)  $A = -4 \times 5 + \frac{-35}{5} = -20 - 7 = -27$

c)  $\frac{1}{5} \times 2 = \frac{2}{5}$

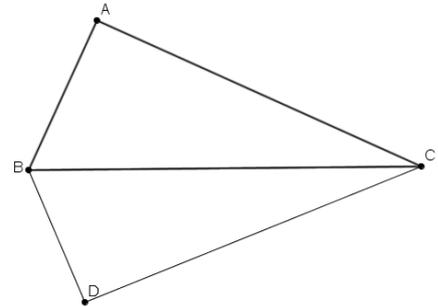
d)  $-\frac{1}{-5} = \frac{1}{5}$

**Partie 2 Activités géométriques****Exercice 8**

Sur cette figure, on sait que  $BC=8,5\text{cm}$ ,  $AB=3,6\text{cm}$ ,  $AC=7,7\text{cm}$ ,  
 $BD=3,1\text{cm}$  et  $DC=7,9\text{cm}$ .

- a) Le triangle ABC est-il rectangle ?  
 b) Le triangle BCD est-il rectangle ?

Justifier les réponses.



- a) Dans ABC, on calcule le carré du plus grand côté :

$$BC^2 = 8,5^2 = 72,25.$$

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres

côtés :  $AB^2 + AC^2 = 3,6^2 + 7,7^2 = 12,96 + 59,29 = 72,25$

On constate que  $BC^2 = AB^2 + AC^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est donc rectangle en A (et [BC] est alors l'hypoténuse de celui-ci).

- b) Dans BCD, on calcule le carré du plus grand côté :

$$BC^2 = 72,25. \quad (\text{Il a déjà été calculé à la question a}).$$

On calcule ensuite la somme des carrés des deux autres côtés :  $DB^2 + DC^2 = 3,1^2 + 7,9^2 = 9,61 + 62,41 = 72,02.$

On constate que  $BC^2 \neq DB^2 + DC^2$ , par conséquent le triangle BCD n'est pas rectangle (d'après la contraposée du théorème de Pythagore).

**Exercice 9**Construire le triangle EFG rectangle en E tel que  $EF=5,4\text{ cm}$  et  $EG=7,2\text{cm}$ 

- a) Soit M le point de [EF] tel que
- $EM = \frac{4}{9} EF$

Calculer la longueur EM puis placer M

- b) Par M, tracer la parallèle à (FG), elle coupe [EG] en N. Calculer EN.  
 c) Calculer l'aire du triangle EMN.

a) On a  $EM = \frac{4}{9} \times 5,4 = 2,4\text{ cm}.$

- b) Dans le triangle EFG, on a
- $M \in [EF], N \in [EG]$
- et
- $(MN) \parallel (FG)$
- , d'après le théorème de Thalès, on

a :  $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}.$

De la première égalité  $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG}$ , on obtient :  $EN = \frac{EM \times EG}{EF} = \frac{2,4 \times 7,2}{5,4} = 3,2\text{ cm}.$

c)  $A = \frac{\text{Base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{EM \times EN}{2} = \frac{2,4 \times 3,2}{2} = 3,84\text{ cm}^2.$

**Exercice 10**

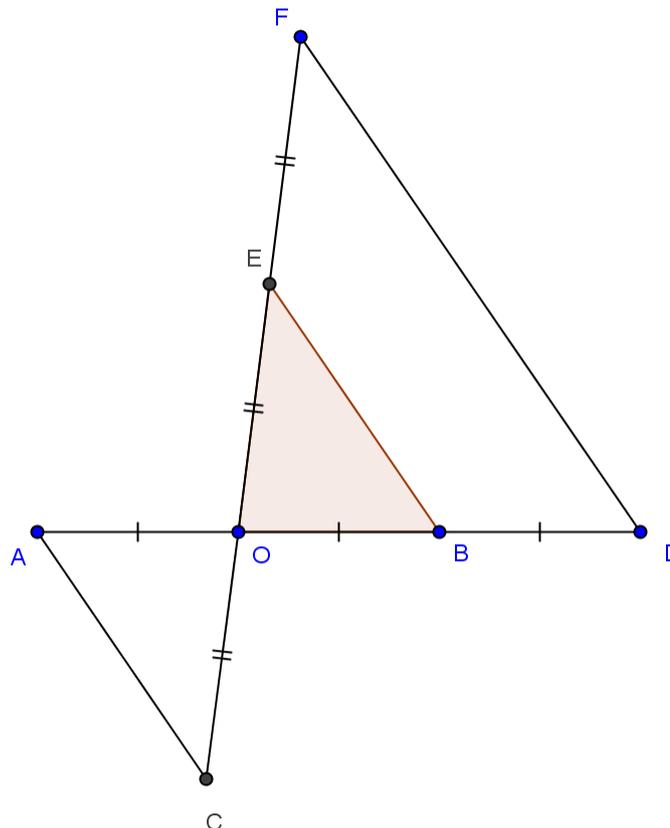
Soit le triangle OBE tel que  $BE=3\text{cm}$ ,  $BO=2\text{cm}$  et  $OE=2,5\text{cm}$

Soit A le symétrique de B par rapport à O. Soit C le symétrique de E par rapport à O.

Soit D le symétrique de O par rapport à B. Soit F le symétrique de O par rapport à E.

- Faire une figure.
- Quelle est la nature de AEBC ?
- Démontrer que (BE) est parallèle à (DF)
- Calculer DF.

- Figure à l'échelle 0,5



- b) Dire que A est le symétrique de B par rapport à O signifie que O est le milieu de [AB].  
Dire que C est le symétrique de E par rapport à O signifie que O est le milieu de [CE].  
Ainsi, le quadrilatère AEBC a ses diagonales qui se coupent en leur milieu O, c'est donc un parallélogramme.

c) Dire que D est le symétrique de O par rapport à B signifie que B est le milieu de [OD].  
Dire que F est le symétrique de O par rapport à E signifie que E est le milieu de [FO].  
Un des théorèmes des milieux nous affirme que : « dans un triangle, la droite qui passe par les milieux de deux côtés est parallèle au troisième côté ».

On applique cette propriété au triangle ODF : la droite (BE) passe par les milieux B (de [OD]) et E (de [OF]), elle est donc parallèle au troisième côté (DF).

- d) Un second théorème des milieux nous dit que : « dans un triangle, la longueur du segment joignant les milieux de deux côtés est égale à la moitié de la longueur du troisième côté ».  
On applique cette propriété au triangle ODF : le segment [BE] passe par les milieux B (de [OD]) et E (de [OF]), a pour longueur la moitié du troisième côté [FD], ce qui se traduit par :

$$BE = \frac{FD}{2}$$

On en déduit que :

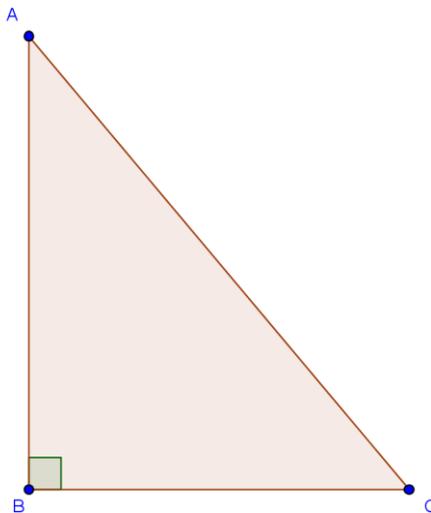
$$FD = 2 \times BE = 2 \times 3 = 6 \text{ cm.}$$

**Exercice 11**

La princesse Juliette est enfermée dans un donjon et sa fenêtre est à 15 m du sol. De plus un fossé très profond, rempli d'eau, de 8m de large entoure le donjon. Le pauvre Roméo ne sait pas quelle longueur d'échelle il doit prévoir pour la délivrer.

- Faire un schéma (le donjon est perpendiculaire au sol), nommer les points.
- Calculer la longueur minimum de l'échelle.

a) Si on suppose que la princesse est en A, le pied du donjon en B et Roméo en C, on a :



b) D'après l'énoncé, on a :  $AB=15m$  et  $BC=8m$ . Dans le triangle ABC rectangle en B, on applique le théorème de Pythagore :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 15^2 + 8^2$$

$$AC^2 = 225 + 64$$

$$AC^2 = 289$$

$$\text{Soit } AC = \sqrt{289} = 17 \text{ m car } AC > 0.$$