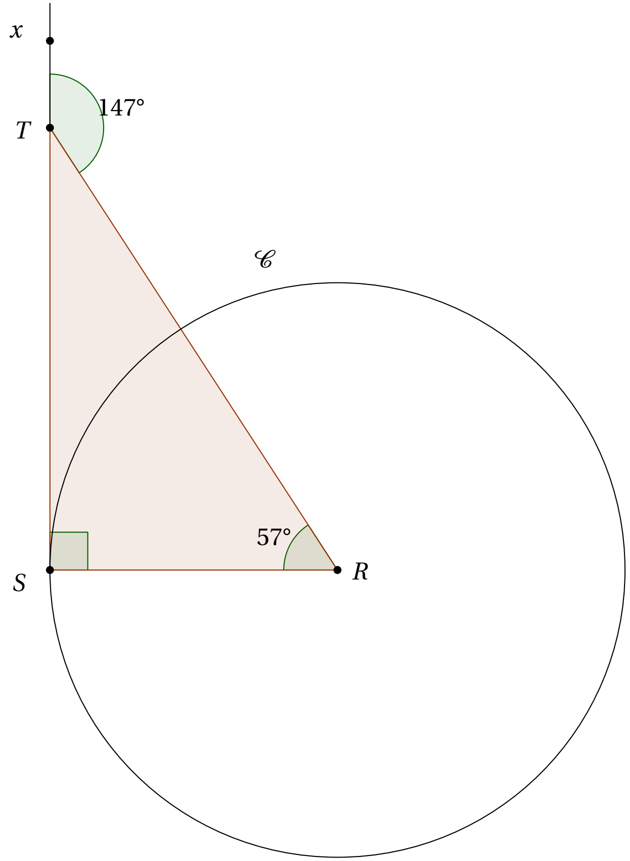
Correction des épreuves communes de mai 2011 : partie géométrique

▷ **Exercice 5** **(5 points) :**

a) Voici la figure demandée à l'échelle 1 :



b) $\widehat{RTx}$ et $\widehat{RTS}$ étant supplémentaires, on a : $\widehat{RTS} = 180 - \widehat{RTx} = 180 - 147 = 33°$.

Dans un triangle, la somme des mesures des angles est égale à 180, donc, dans TSR on a :
$\widehat{TSR} = 180 - (\widehat{RTS} + \widehat{TRS})$
$\widehat{TSR} = 180 - (33 + 57)$
$\widehat{TSR} = 180 - 90$
$\widehat{TSR} = 90°$

Ainsi, TSR est rectangle en S et (TS) est donc la tangente à $\mathscr{C}$ en S.

c) D'après la question précédente, TSR est rectangle en S, donc on peut écrire :
$cos(\widehat{TRS}) = \dfrac{SR}{TR}$.

On en déduit que
$SR = TR \times \cos(\widehat{TRS})$
$SR = 7 \times \cos(57)$
$SR = 3,8$ cm à 10^{-1} près.
La distance de R à la droite (ST) est la longueur $SR = 3,8$ cm car (RS) est perpendiculaire à (TS) en S.

▷ **Exercice 6** **(5 points) :**

a) On sait que $(TO) \perp (SO)$ et que $(TO) \perp (LU)$, donc $(LU) \parallel (SO)$ car si deux droites dont perpendiculaires à une même troisième, alors elles sont parallèles entre elles.

b) On a facilement :
$SO = 696\,000 = 6,96 \times 10^5$ km.
$LU = 1\,738 = 1,738 \times 10^3$ km.
$TS = 150\,000\,000 = 1,5 \times 10^8$ km.

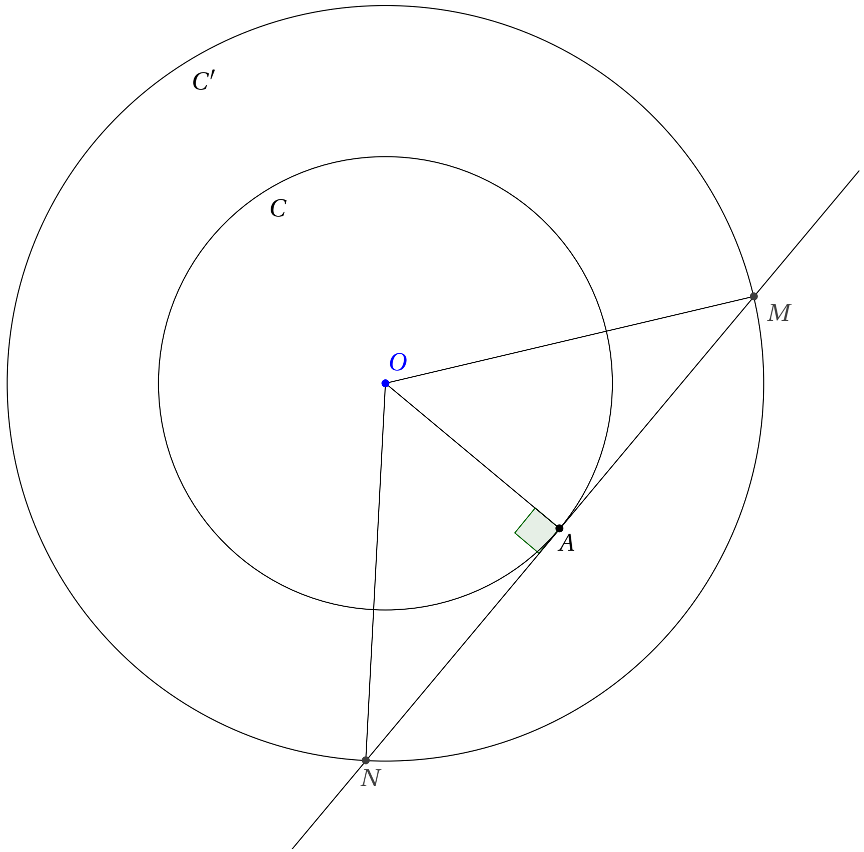
c) Dans le triangle TOS, $(SO) \parallel (LU)$, on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{TL}{TS} = \frac{TU}{TO} = \frac{LU}{SO}$$

De $\dfrac{TL}{TS} = \dfrac{LU}{SO}$ on obtient :
$TL = TS \times \dfrac{LU}{SO} = \dfrac{1,5 \times 10^8 \times 1,738 \times 10^3}{6,96 \times 10^5} = 374\,568,965\,5$ km.
Ainsi, $TL = 374\,569$ km au km près.

▷ **Exercice 7** ______ **(5 points) :**

a) Voici la figure à réaliser :



b) Dans le triangle MOA rectangle en A, on a :

$\cos(\widehat{MOA}) = \dfrac{OA}{OM}$ donc $\widehat{MOA} = \cos^{-1}\left(\dfrac{OA}{OM}\right) = \cos^{-1}\left(\dfrac{3}{5}\right) = 53°$ au degré près.

Le triangle MON est isocèle en O, par conséquent $\widehat{NMO} = \widehat{MNO}$.
En outre, $\widehat{AMO} = \widehat{NMO}$ et comme $\widehat{AMO}$ et $\widehat{MOA}$ sont complémentaires, on a donc :
$\widehat{NMO} = \widehat{MNO} = \widehat{AMO} = 90 - \widehat{MOA} = 90 - 53 = 37°$.
On en déduit que $\widehat{MON} = 180 - 2 \times \widehat{MNO} = 180 - 37 = 180 - 74 = 106°$.

▷ **Exercice 8** ______ **(4 points) :**

a) Dans PMA rectangle en M, on applique le théorème de Pythagore :
$PA^2 = PM^2 + MA^2$
$PA^2 = 4,2^2 + 8^2$
$PA^2 = 17,64 + 64$
$PA^2 = 81,64$
Comme PA est une longueur, $PA \geq 0$, et ainsi $PA = \sqrt{81,64}$ cm.
Conclusion : le triangle APE n'est pas isocèle en A (car $PA \neq EA$).

b) Pour calculer l'aire d'un triangle, on utilise la formule $\dfrac{Base \times hauteur}{2}$.
On va utiliser celle-ci dans PAE, en prenant comme base PE, et comme hauteur correspondante AM. Mais auparavant, nous devons calculer ME.

Dans AEM rectangle en M, on applique le théorème de Pythagore :
$EA^2 = ME^2 + MA^2$
Ainsi, $ME^2 = EA^2 - MA^2$
$ME^2 = 9^2 - 8^2$
$ME^2 = 81 - 64$
$ME^2 = 17$
Comme ME est une longueur, $ME \geq 0$, et ainsi $ME = \sqrt{17}$ cm.
$\mathscr{A}_{PAE} = \dfrac{PE \times MA}{2} = \dfrac{(PM + ME) \times MA}{2}$
$\mathscr{A}_{PAE} = \dfrac{(4,2 + \sqrt{17}) \times 8}{2}$
$\mathscr{A}_{PAE} = (4,2 + \sqrt{17}) \times 4$
$\mathscr{A}_{PAE} = 33,29$ cm^2 à 10^{-2} près.