Corrigé de l'épreuve commune du 24/05/2012

Exercice 1

$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \div \frac{5}{7}$

$A = \frac{6}{5} - \frac{17}{14} \times \frac{7}{5}$

$A = \frac{6}{5} - \frac{17 \times 7}{2 \times 7 \times 5}$

$A = \frac{6 \times 2}{5 \times 2} - \frac{17}{10}$

$A = -\frac{5}{10}$

$A = -\frac{1}{2}$

$\mathrm{B} = \frac{8 \times 10^{-1} \times 1{,}6}{0{,}4 \times 10^{-3}}$

$\mathrm{B} = \frac{8 \times 4 \times 0{,}4}{0{,}4} \times 10^{-1+3}$

$\mathrm{B} = 32 \times 10^2$

$\mathrm{B} = 3200$

$\mathrm{C} = \frac{7}{15} - \frac{2}{15} \times \frac{9}{4}$

$\mathrm{C} = \frac{7}{15} - \frac{2 \times 9}{5 \times 3 \times 2 \times 2}$

$\mathrm{C} = \frac{7}{15} - \frac{9}{30}$

$\mathrm{C} = \frac{7 \times 2}{15 \times 2} - \frac{9}{30}$

$\mathrm{C} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

$\mathrm{C} \approx 0{,}16$ (troncature au centième)

$\mathrm{C} \approx 0{,}2$ (arrondi au dixième)

Exercice 2

1. a) $(x-1)^2 = (x-1)(x-1) = x^2 - x - x + 1 = x^2 - 2x + 1$

   b) $99^2 = (100-1)^2 = 100^2 - 2 \times 100 + 1 = 10\,000 - 200 + 1 = 9\,801$

2. a) $(x-1)(x+1) = x^2 + x - x - 1 = x^2 - 1$

   b) $99 \times 101 = (100-1)(100+1) = 100^2 - 1 = 10\,000 - 1 = 9\,999$

3. $E = (x-2)(x+2) - (2x+3)(x-1)$

   $E = x^2 + 2x - 2x - 2 \times 2 - (2x \times x - 2x + 3x - 3)$

   $E = x^2 - 4 - (2x^2 + x - 3)$

   $E = x^2 - 4 - 2x^2 - x + 3$

   $\boldsymbol{E = -x^2 - x - 1}$

Exercice 3

1. Soit x le nombre cherché. $3 \times (x - 10) = 2x$
2. $3x - 3 \times 10 = 2x$

   $3x - 30 - 2x = 2x - 2x$

   $x - 30 + 30 = 30$

   $\boxed{x = 30}$ $\boxed{\text{Le nombre cherché est 30}}$.

Exercice 4

Territoire	Superficie en km^2
Antarctique	$1{,}42 \times 10^7$
France	$6{,}70922 \times 10^5$
Afrique du Sud	$1{,}219\,912 \times 10^6$
Portugal	$9{,}239\,1 \times 10^4$

Portugal < France < Afrique du Sud < Antarctique

Exercice 5

1. figure

2. Dans le triangle ABC, le plus grand côté est BC.
   On a $BC^2 = 10^2 = 100$ et $AB^2 + AC^2 = 6^2 + 8^2 = 100$ d'où $BC^2 = AB^2 + AC^2$
   D'après la réciproque du théorème de Pythagore, **le triangle ABC est donc rectangle en A**.

3. On sait que O est le centre du cercle circonscrit au triangle ABC rectangle en A.
   Or, dans un triangle rectangle, le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.
   Donc O est le milieu de l'hypoténuse [BC].

4. Dans le triangle ABC, I est le milieu de [AC] et O le milieu de [BC].
   Or, dans un triangle, la longueur du segment qui joint les milieux de 2 côtés est égale à la moitié de la longueur du 3e côté.

   On en conclut que : $\text{OI} = \frac{1}{2}\text{AB}$ soit **<u>OI</u>** = 6 ÷ 2 = **<u>3 cm</u>**

Exercice 6

1. On sait que le point A appartient au cercle de centre O et de diamètre [BF].
   Or, si un triangle est inscrit dans un cercle ayant pour diamètre l'un de ses côtés, alors ce triangle est rectangle.
   Donc le triangle ABF est rectangle en A.
2. a) Dans le triangle ABF rectangle en A, on a : $\cos \text{A}\hat{\text{B}}\text{F} = \frac{\text{AB}}{\text{BF}}$ soit $\cos \text{A}\hat{\text{B}}\text{F} = \frac{17}{40} = \frac{7}{20}$

   Avec la calculatrice, on obtient $\widehat{ABF} \approx 69{,}5°$

   b) La somme des angles d'un triangle est égale à 180°.
   $\widehat{AFB} \approx 180 - 90 - 69{,}5° \approx 20{,}5°$

3. On sait que O est le milieu de [BF] donc OF = BF ÷ 2 soit OF = 40 ÷ 2 **OF = 20 mm**
   Le triangle OEF est rectangle en E et E $\in$ [AF].
   On a donc $\cos \widehat{AFB} = \frac{EF}{OF}$ $d'où$ $\cos 20{,}5 = \frac{EF}{20}$ $soit\ EF = 20 \times \cos 20{,}5$; $\boxed{\text{EF} \approx 19 \text{ mm}}$.

Exercice 7

1. Le point I est le centre du cercle inscrit dans le triangle ABC, c'est le point d'intersection des bissectrices.
   Les demi-droites <u>[BI) et [CI) sont </u>donc <u>les bissectrices des angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{BCA}$</u>.
2. La bissectrice d'un angle coupe cet angle en 2 angles adjacents de même mesure.
   On en déduit que $\widehat{ABI} = \widehat{IBC} = x$ et $\widehat{ACI} = \widehat{ICB} = 2x$.
3. Dans le triangle ABC, la somme des angles est égale à 180°. $\widehat{BAC} + \widehat{ACB} + \widehat{ABC} = 180°$

   $60 + 4x + 2x = 180$
   $60 + 6x = 180$
   $6x = 180 - 60$
   $6x = 120$
   $x = 120/6$
   $x = 20$ $\boxed{\text{La valeur de } x \text{ est } 20°}$