CHAPITRE 5

COURS: NOTION DE FONCTION

Table des matières

1. Notations et vocabulaire

1.1. Définition

Définition

Une **fonction** f est un procédé qui associe à un nombre x un nombre **unique** $f(x)$.
$f(x)$ se lit *f de x*.

Exemple : Le procédé qui associe à un nombre x le triple de ce nombre est une fonction f. En effet, le nombre $f(x)$, égal ici à $3x$, est unique.

1.2. Notation-Vocabulaire

Notation-Vocabulaire

- On note $f : x \longmapsto f(x)$ et on lit "fonction f qui à x associe $f(x)$".
- x est la **variable** et f(x) est la valeur prise par la fonction f pour la valeur x.
- $f(x)$ est l'**image** de x par la fonction f, et x est un **antécédent** de $f(x)$ par la fonction f.

1.3. Exemples

Exemples :

- $f : x \longmapsto 3x+4$ est la fonction qui a x associe $3x+4$.

  $f(7) = 3\times 7+4 = 21+4 = 25$; donc 25 est la valeur prise par la fonction f pour la valeur 7.
  25 est l'image de 7 par la fonction f, et 7 est un antécédent de 25 par la fonction f.

  $f(-5) = 3\times(-5)+4 = -15+4 = -11$; donc -11 est la valeur prise par la fonction f pour la valeur -5.
  -11 est l'image de -5 par la fonction f, et -5 est un antécédent de -11 par la fonction f.

- la tableau de valeurs ci-dessous donne les images $f(x)$ de quelques nombres x par la fonction $f : x \longmapsto x^2$

x	-3	-2	$-0{,}5$	1	1,5	3
$f(x)$	9	4	0,25	1	2,25	9

  9 est l'image de 3 et de -3 par la fonction f.
  3 et -3 sont des antécédents de 9 par la fonction f.

Remarque : Un nombre a une image unique par une fonction, mais un nombre peut avoir plusieurs antécédents par une fonction.

2. Représentation graphique d'une fonction

2.1. Définition

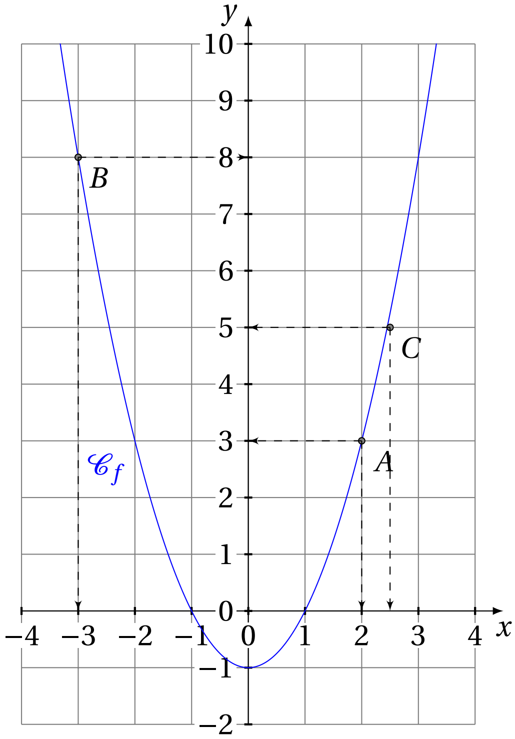
Définition

Dans un repère, la **représentation graphique** d'une fonction f est l'ensemble des points M de coordonnées $(x; y)$ tels que : $y = f(x)$.

2.2. Exemples

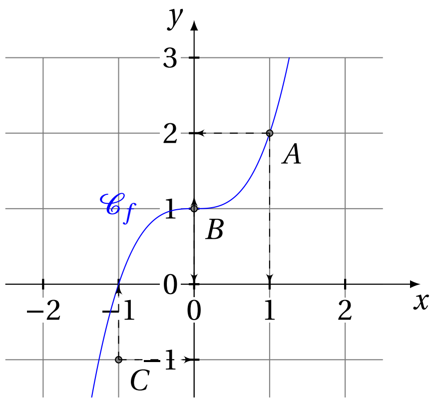
Exemples :

1. La courbe $\mathscr{C}_f$ suivante est la représentaion graphique de la fonction $f : x \mapsto x^2 - 1$.



   - On considère le point $A(2;3)$. $f(2) = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$. On obtient ainsi $f(x_A) = y_A$, donc A appartient à $\mathscr{C}_f$.
   - On considère le point B d'abscisse $x_B = -3$. On obtient ainsi $y_B = f(x_B) = f(-3) = (-3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$.
   - On considère le point $C(2,5;5)$. On a ainsi $x_C = 2,5$, $y_C = 5$ et on a :
     $f(x_C) = f(2,5) = (2,5)^2 - 1 = 5,25 \neq y_C$, donc C n'appartient pas à $\mathscr{C}_f$.

2. La courbe $\mathscr{C}_f$ suivante est la représentaion graphique de la fonction $f : x \mapsto x^3 + 1$.
   La courbe $\mathscr{C}_f$ est l'ensemble de tous les points $M(x; y)$ tels que : $y = x^3 + 1$



- On considère le point $A(1;2)$. $f(1) = 1^3 + 1 = 1 + 1 = 2$. On obtient ainsi $f(x_A) = y_A$, donc A appartient à $\mathscr{C}_f$.
- On considère le point B d'abscisse $x_B = 0$. On obtient ainsi $y_B = f(x_B) = f(0) = 0^3 + 1 = 0 + 1 = 1$.
- On considère le point $C(-1;-1)$. On a ainsi $x_C = -1$, $y_C = -1$ et on a :
  $f(x_C) = f(-1) = (-1)^3 + 1 = -1 + 1 = 0 \neq y_C$, donc C n'appartient pas à $\mathscr{C}_f$.

3. Déterminer une fonction

3.1. Par une expression littérale

Méthode

Lorsqu'une fonction est définie par une expression littérale, on peut calculer les valeurs exactes de $f(x)$ pour toutes les valeurs de x qui rendent possible ce calcul.

3.1.1. Exemple

- L'image de -2 par la fonction $f : x \longmapsto x^2 - 5x + 3$ est égale à 17.
  En effet, $f(-2) = (-2)^2 - 5 \times (-2) + 3 = 4 + 10 + 3 = 17$.
- L'image de 3 par la fonction $f : x \longmapsto \dfrac{x}{x-3}$ ne peut pas être calculée.
  En effet, en remplaçant x par 3, on obtient 0 au dénominateur ; or, il est impossible de diviser par 0.

3.2. Par sa représentation graphique

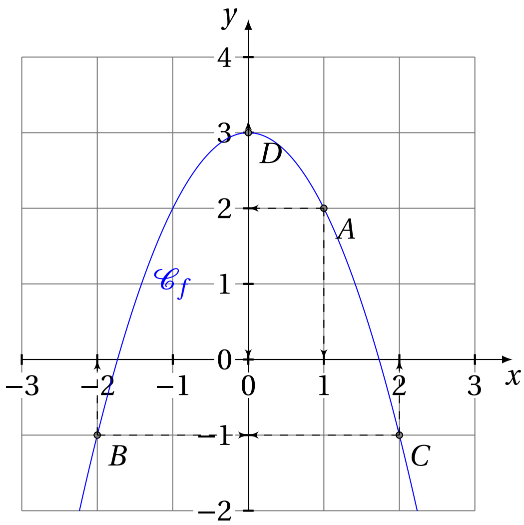
Méthode

Lorsque l'on connait la **représentation graphique** d'une fonction f, on peut déterminer des **valeurs approchées** de l'image d'un nombre ou des antécédents d'un nombre par cette fonction.

3.2.1. Exemple

La courbe tracée dans le repère ci-contre représente une fonction f. Les coordonnées x et y des points M appartenant à la courbe sont telles que : $y = f(x)$.

Par lecture graphique :
- l'image de 0 par f est 3 et l'image de 1 par f est 2.
- -2 et 2 sont deux antécédents de -1 par f.



3.3. Par un tableau de valeurs

Méthode

Lorsqu'un **tableau** donne les valeurs $f(x)$ prises par une fonction f pour certaines valeurs de la variable x, on peut placer les points de coordonnées $(x; y)$, avec $y = f(x)$, dans un repère.
Si ces points sont suffisamment nombreux, on peut tracer une représentation graphique approchée de la fonction f en les reliant à main levée.

3.3.1. Exemple

Le tableau ci-dessous donne quelques valeurs de la pression atmosphérique, en hectopascal (hPa), en conction de l'altitude a (en km).

Altitude a (en km)	0	1	2	3	5	7	8	10	15	20
Pression $P(a)$ (en hPa)	1 000	900	800	700	550	410	360	260	130	55

On peut représenter graphiquement la fonction $P : a \mapsto P(a)$.
On prendra par ex. 2 km pour un carreau en abscisses, et 100 hPa pour un carreau en ordonnées.