Corrigé des Épreuves Communes de mathématiques $4^{eme}$
Coefficient: 2 1h 30min
Calculatrice autorisée mercredi 30 janvier 2013

## Partie 1 : Numérique (19 points)

▷ **Exercice 1** **(7 points) :**

Calculer en donnant tous les détails. Le résultat sera donné sous forme entière ou fractionnaire.

- $A = 5-(3-5\times 6) = 5-(3-30) = 5-(-27) = 5+27 = 32$
- $B = \dfrac{2-6\times(-3)}{5\times(-11)+35} = \dfrac{2+18}{-55+35} = \dfrac{20}{-20} = -1$
- $C = 1-\dfrac{4}{11}+\dfrac{-1}{33} = \dfrac{33}{33}-\dfrac{12}{33}+\dfrac{-1}{33} = \dfrac{33-12-1}{33} = \dfrac{20}{33}$
- $D = \left(\dfrac{5}{6}+\dfrac{-1}{3}\right)-\left(\dfrac{7}{12}+\dfrac{5}{3}\right) = \left(\dfrac{5}{6}+\dfrac{-2}{6}\right)-\left(\dfrac{7}{12}+\dfrac{20}{12}\right)$

  $D = \dfrac{3}{6}-\dfrac{27}{12} = \dfrac{6}{12}-\dfrac{27}{12} = \dfrac{-21}{12} = \dfrac{-7}{4}$
- $E = \dfrac{4}{7}-\dfrac{3}{7}\times\dfrac{9}{3} = \dfrac{4}{7}-\dfrac{9}{7} = \dfrac{-5}{7}$
- $F = \dfrac{3}{25} : \dfrac{9}{35} = \dfrac{3}{5\times 5}\times\dfrac{5\times 7}{3\times 3} = \dfrac{7}{15}$
- $G = \left(\dfrac{2}{5}\right)^2 - 2 = \dfrac{4}{25}-\dfrac{50}{25} = \dfrac{-46}{25}$

▷ **Exercice 2** **(4 points) :**

a) Écrire sous forme d'une seule puissance de 10 : $D = \dfrac{\left(10^4\right)^{-4}}{10^{15}} = \dfrac{10^{4\times(-4)}}{10^{15}} = \dfrac{10^{-16}}{10^{15}} = 10^{-16-15} = 10^{-31}$

b) Recopier et compléter : $10^4 \times 10^9 = 10^{13}$

c) Recopier et compléter : $\dfrac{10^{-11}}{10^{-18}} = 10^7$

d) Écrire le nombre suivant en notation scientifique :

$$F = \frac{3\times 10^{-4}\times 5\times (10^2)^6}{25\times 10^{-2}} = \frac{3\times 5\times 10^{-4}\times 10^{2\times 6}}{5\times 5\times 10^{-2}} = \frac{3\times 10^{-4+12}}{5\times 10^{-2}} = \frac{3\times 10^{8}}{5\times 10^{-2}} = \frac{3}{5}\times 10^{8+2} = \frac{3}{5}\times 10^{10} = 0,6\times 10^{10}$$

$$F = 6\times 10^{-1}\times 10^{10} = 6\times 10^{-1+10} = 6\times 10^{9}$$

▷ **Exercice 3** **(3,5 points) :**

Écrire les nombres suivants en notation scientifique en détaillant votre démarche (si nécessaire) :

- $A = 2\,013 = 2,013\times 10^3$
- $B = -340\,000 = -3,4\times 10^5$
- $C = 0,000\,006 = 6\times 10^{-6}$
- $D = 83\times 10^4 = 8,3\times 10^1\times 10^4 = 8,3\times 10^{1+4} = 8,3\times 10^5$
- $E = 0,000\,13\times 10^{-4} = 1,3\times 10^{-4}\times 10^{-4}$

  $E = 1,3\times 10^{-4-4} = 1,3\times 10^{-8}$

▷ **Exercice 4** **(1 point) :**

*Choisir la bonne réponse parmi les trois proposées. Aucune justification n'est demandée.*

On donne $A = x^2 - y$.

1 ► Si $x = -2$ et $y = 5$, alors $A = (-2)^2 - 5$ (réponse b)

2 ► Si $x = \dfrac{1}{2}$ et $y = -\dfrac{3}{5}$, alors $A = \left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \dfrac{3}{5}$ (réponse b)

**⊳ Exercice 5** ______ **(3,5 points) :**

La mythologie raconte que les Grecs ont construit un énorme cheval de bois aux flancs creux cachant des guerriers pour s'introduire dans la ville de Troie pendant le siège.

On suppose que le cheval cachait $\frac{4}{7}$ d'artilleurs, $\frac{3}{8}$ de soldats lutteurs et quelques cavaliers. Parmi ces cavaliers, les $\frac{7}{9}$ sont des chefs. Le cheval contenait ainsi 168 guerriers.

1 ► Combien y avait-il d'artilleurs ?

Les artilleurs représentent les $\frac{4}{7}$ des 168 guerriers, soit $\frac{4}{7} \times 168 = \frac{4}{7} \times 7 \times 24 = 96$ hommes.

2 ► Combien y avait-il de soldats lutteurs ?

Les soldats lutteurs représentent les $\frac{3}{8}$ des 168 guerriers, soit $\frac{3}{8} \times 168 = \frac{3}{8} \times 8 \times 21 = 63$ hommes.

3 ► En déduire le nombre de chefs cachés dans le cheval de Troie.

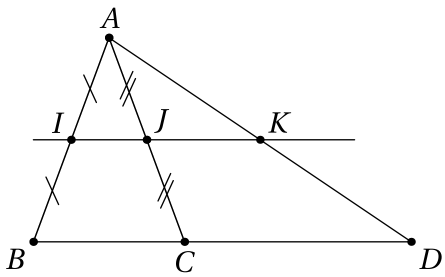
Le reste des hommes représentent les cavaliers, il y en a donc $168 - (96 + 63) = 9$.

Parmi ces 9 cavaliers, les $\frac{7}{9}$ sont des chefs, donc il y a $\frac{7}{9} \times 9 = 7$ chefs cachés dans le cheval de Troie.

# Partie 2 : Géométrique (17 points)

▷ **Exercice 6** **(4,5 points) :**

Dans la figure ci-contre, les points $I$ et $J$ sont les milieux respectifs des segments $[AB]$ et $[AC]$.
$K$ est le point d'intersection de $(IJ)$ et $[AD]$.
Les points $B$,$C$, et $D$ sont alignés.




1 ► Démontrer que les droites $(IJ)$ et $(BC)$ sont parallèles.
Dans le triangle $ABC$, la droite $(IJ)$ passe par les milieux respectifs $I$ et $J$ des cotés $[AB]$ et $[AC]$. Elle est donc parallèle au troisième coté du triangle $[BC]$. Ainsi, $(IJ)//(BC)$.

2 ► En déduire que le point $K$ est le milieu de $[AD]$.
Dans le triangle $ABD$, la droite $(IK)$ passe par le milieu $I$ du côté $[AB]$ et est parallèle au côté $[BC]$ (question 1). Elle coupe donc le troisième côté $[AD]$ en son milieu. Or, $K$ est le point d'intersection de $(IJ)$ et $[AD]$, donc $K$ est le milieu de $[AD]$.

▷ **Exercice 7** ______ **(7 points) :**

On considère un triangle $ABC$ tel que $AB = 17,5$ cm ; $BC = 14$ cm et $AC = 10,5$ cm. La figure suivante n'est pas réalisée en vraie grandeur.

1 ► **Démontrer que le triangle $ABC$ est rectangle en $C$.**

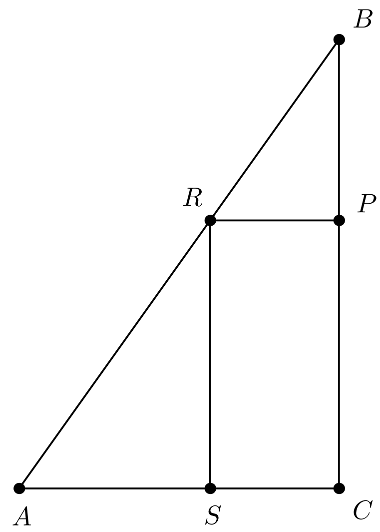
Dans $ABC$, on calcule :

- Le carré de la longueur du plus long côté : $AB^2 = 17,5^2 = 306,25$
- La somme des carrés des longueurs des deux autres côtés : $BC^2 + AC^2 = 14^2 + 10,5^2 = 196 + 110,25 = 306,25$
- On constate que $AB^2 = BC^2 + AC^2$, ainsi, $ABC$ est bien rectangle en $C$ d'après la réciproque du théorème de Pythagore.

2 ► Soit $P$ un point du segment [BC].

- La parallèle à la droite $(AC)$ passant par $P$ coupe le segment $[AB]$ en $R$.
- La parallèle à la droite $(BC)$ passant par $R$ coupe le segment $[AC]$ en $S$.

On admettra enfin que le quadrilatère $PRSC$ est un rectangle. Le point $P$ est situé à 5 cm du point $B$.




a) **Calculer la longueur $PR$.**

Le quadrilatère $PRSC$ étant un rectangle, $(RP)//(SC)$, et par conséquent, $(RP)//(AC)$ car $A$, $S$ et $C$ sont alignés.

Dans le triangle $ABC$, $R \in [AB]$, $P \in [BC]$ et $(RP)//(AC)$, on peut donc appliquer le théorème de Thalès :

$$\frac{BR}{BA} = \frac{BP}{BC} = \frac{RP}{AC}$$

De l'égalité $\frac{BP}{BC} = \frac{RP}{AC}$, on obtient :

$$RP = \frac{AC \times BP}{BC} = \frac{10,5 \times 5}{14} = 3,75 \text{ cm.}$$

b) **Calculer l'aire du rectangle $PRSC$.**

$\mathscr{A}_{PRSC} = PR \times PC = PR \times (BC - BP)$

$\mathscr{A}_{PRSC} = 3,75 \times (14 - 5) = 3,75 \times 9 = 33,75 \text{ cm}^2$.

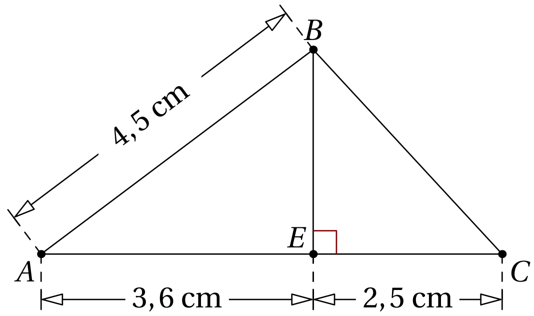
▷ **Exercice 8** **(5,5 points) :**

Sur la figure ci-contre, les point $A$, $E$ et $C$ sont alignés.
$(BE)$ est perpendiculaire à $(AC)$.

1 ► Calculer $BE$.

On sait que $(BE)\perp(AC)$, et que les point $A$, $E$ et $C$ sont alignés, donc $(BE)\perp(AE)$. Ainsi, $ABE$ est rectangle en $E$. On va pouvoir appliquer le théorème de Pythagore dans ce triangle :

$AB^2 = AE^2 + BE^2$. Par conséquent, on a :
$BE^2 = AB^2 - AE^2 = 4,5^2 - 3,6^2 = 20,25 - 12,96 = 7.29$
Comme $BE$ est une longueur, $BE > 0$, et donc
$BE = \sqrt{7,29} = 2,7$ cm.




2 ► On admettra que $BC^2 = 13,54$. Le triangle $ABC$ est-il rectangle ? Justifier.
Dans $ABC$, on calcule :

- Le carré de la longueur du plus long côté :
  $AC^2 = (3,6+2,5)^2 = 6,1^2 = 37,21$
- La somme des carrés des longueurs des deux autres côtés :
  $BC^2 + BA^2 = 13,54 + 4,5^2 = 13,54 + 20,25 = 33,79$
- On constate que $AC^2 \neq BC^2 + BA^2$ ; ainsi, $ABC$ n'est pas rectangle d'après la contraposée du théorème de Pythagore.