Corrigé EC de3ème   17 janvier 2014

Exercice 1

1. Pour rendre cette fraction irréductible, il faut diviser numérateur et dénominateur par le PGCD des deux nombres. On calcule le PGCD (175, 126) en utilisant l'algorithme d'Euclide. 0,5

   175=126×1+49

   126=49×2+28 1

   49=28×1+21

   28=21×1+7

   21=7×3+0   Le PGCD est 7.

   La fraction est donc simplifiable par 7. Comme 126=7×18 et 175=7×25 alors $\frac{126}{175}=\frac{7\times18}{7\times25}=\frac{18}{25}$ 0,5

2. a)Le nombre de sachets est un diviseur commun au nombre de boules rouges et au nombre de boules bleues. Il doit être le plus grand possible. C'est le PGCD(126,175), c'est-à-dire 7.On réalise donc 7 sachets 1

   b) Comme 126÷7=18 et 175÷7=25 alors chaque sachet est constitué de de 18 boules bleues et 25 boules rouges. 1

Exercice2

1. $A=\frac{\frac{4}{3}-1}{\frac{7}{6}-2}$ $A=\frac{\frac{4}{3}-\frac{3}{3}}{\frac{7}{6}-\frac{12}{6}}$ $A=\frac{\frac{1}{3}}{-\frac{5}{6}}$ $A=\frac{1}{3}\times\frac{-6}{5}$ $A=-\frac{2\times3}{3\times5}$ $A=-\frac{2}{5}$ 1,5

2. $B=\frac{4\times10^{-2}\times9\times10^{6}}{6\times10^{7}\times12\times(10^{3})^{2}}$ $B=\frac{4\times3\times3\times10^{-2}\times10^{6}}{2\times3\times4\times3\times10^{7}\times(10^{3})^{2}}$ $B=\frac{4\times\cancel{3}\times\cancel{3}\times10^{-2}\times10^{6}}{2\times\cancel{3}\times4\times\cancel{3}\times10^{7}\times(10^{3})^{2}}$ $B=\frac{10^{-2}\times10^{6}}{2\times10^{7}\times(10^{3})^{2}}$

   $B=0{,}5\times10^{-2+6-7-6}$ $B=0{,}5\times10^{-9}$ $B=5\times10^{-1}\times10^{-9}$

   $B=5\times10^{-10}$ 2

3. *D=(2-5x)(4x+3)+(2-5x)²*

a) Développement : *D=8x+6-20x²-15x+4-20x+25x²*   *D=5x²-27x+10* 1

b) Factorisation : *D=(2-5x)[(4x+3)+(2-5x)]*   *d'où*   *D=(2-5x)(-x+5)* 1

c) Il s'agit d'une équation-produit-nul. On résout donc soit 2-5x=0 soit –x+5=0 1

Ce qui donne les deux solutions $\frac{2}{5}$ et 5

d) On remplace x par -1 dans une des expressions de D et on obtient D=5×(-1)²-27×(-1)+10

   D=5+27+10   D=42 0,5

Exercice3

n°1 : C   n°2 : C   n°3 : C   n°4 : B   n°5 : C   n°6 : A   n°7 : C   1×7

Exercice4

1. Dans cette figure, les points S,O, A et R,O, B sont alignés dans le même ordre.

$\frac{OS}{OA}=\frac{7}{10}$ $\frac{OR}{OB}=\frac{5{,}6}{8}=\frac{56}{80}=\frac{7\times8}{10\times8}=\frac{7}{10}$. 1

1,5

Comme $\frac{OS}{OA} = \frac{OR}{OB}$ alors, d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (RS) et (AB) sont parallèles.

2. .a) R est un point du cercle de diamètre [OS] donc le triangle ROS est rectangle en R 0,5

b) Dans le triangle ROS rectangle en R, d'après le théorème de Pythagore on a : $OS^2=OR^2+RS^2$

D'où $RS^2=OS^2-OR^2$ 1

$RS^2=7^2-5{,}6^2$

$RS^2=17{,}64$

$RS=\sqrt{17{,}64}$ 1

RS=4,2cm.

3. <u>1ère façon</u> : ORS est rectangle en R donc (RS)⊥(BS)

Or (SR)//(AB) donc (BR) ⊥(BA). Le triangle AOB est donc rectangle en B. 1

<u>2ème façon</u> : Dans le triangle AOB, le plus grand côté est OA.

$OA^2=10^2=100$ $AB^2+OB^2=6^2+8^2=36+64=100$. 2

Comme $OA^2=AB^2+BO^2$ alors d'après la réciproque du théorème de Pythagore, AOB est rectangle en B.

4. Dans le triangle AOB rectangle en B on a :

$cos\hat{O} = \frac{OB}{OA} = \frac{8}{10} = 0{,}8$. Avec la calculatrice on obtient $\hat{O} \approx 37°$ 1

<u>Exercice5</u>

1. 6,84-3,8=3,04 OR-OA=AR Calculer AR 1
2. $\frac{5\times 6{,}84}{3{,}04}$, cela correspond à $\frac{SA\times OR}{AR}$. Calculer OK 2
3. Calculer le périmètre de triangle ORK. 1

<u>Exercice6</u>

1. a) Dans le triangle BAC, on sait que P et M appartiennent respectivement aux côtés [BA] et [BC] .

   Comme PMQA est un rectangle, (PM) et (AQ) sont parallèles. D'après le théorème de Thalès, on a :

   $\frac{BP}{BA} = \frac{BM}{BC} = \frac{PM}{AC}$ D'où $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{PM}{4}$ 1

   b) on a donc $\frac{BP}{3} = \frac{BM}{5} = \frac{x}{4}$ soit $BP=\frac{3}{5}x = 0{,}6x$ et $PM=\frac{4}{5}x = 0{,}8x$ 0,5 0,5
2. Comme A, P, B sont alignés AP=AB-BP. AP=3-0,6x 0,5
3. APMQ est un carré si AP=PM. On a donc 3-0,6x=0,8x

   3=0,6x+0,8x

   3=1,4x

   $x=\frac{3}{1{,}4}$ ou $x=\frac{15}{7}$ APMQ est un carré pour $x=\frac{15}{7}$ 0,5
4. *A(x)=AP×PM=(3-0,6x)(0,8x)=2,4x-0,48x²* 0,5
5. a) graphiquement si l'aire est égale à 1cm², on lit x=0,5cm. 0,5

   b) l'aire est maximale pour x=2,5cm, elle est alors égale à 3 cm². 0,25 0,25