

1 Triangles semblables : angles

Définition Des triangles semblables sont des triangles qui ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Propriété Si deux triangles ont deux angles deux à deux de même mesure, alors ces triangles sont semblables.

Vocabulaire

Lorsque deux triangles sont semblables :

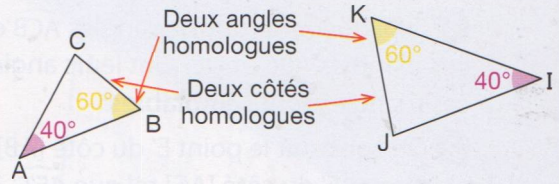
- un angle d'un triangle et l'angle de même mesure de l'autre triangle sont dits **homologues** ;
- les sommets (ou les côtés opposés) de deux angles homologues sont aussi dits homologues.

Exemple

$$\widehat{ABC} = \widehat{JKI} = 60^\circ \text{ et } \widehat{BAC} = \widehat{JIK} = 40^\circ.$$

$$\widehat{ACB} = \widehat{IKJ} = 180^\circ - (60^\circ + 40^\circ) = 80^\circ$$

Les triangles ABC et IJK ont leurs angles deux à deux de même mesure, donc ils sont semblables.



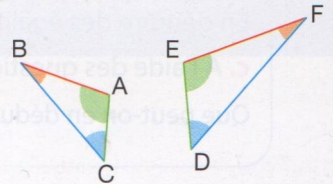
2 Triangles semblables : longueurs

Propriété Si deux triangles sont semblables, alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles.

Exemple

Ces triangles ABC et DEF sont semblables. Donc les longueurs de leurs côtés homologues sont deux à deux proportionnelles :

$$\frac{AB}{EF} = \frac{AC}{ED} = \frac{CB}{DF}.$$



Propriété Si les longueurs des côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles, alors ces triangles sont semblables.

Exemple

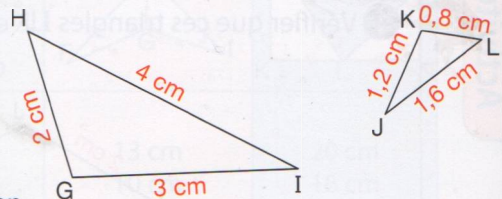
$$\frac{0,8}{2} = \frac{1,2}{3} = \frac{1,6}{4} = 0,4$$

Donc les triangles GHI et JKL sont semblables.

Donc $\widehat{IGH} = \widehat{JKL}$, $\widehat{GHI} = \widehat{KJL}$ et $\widehat{IHG} = \widehat{KLJ}$.

• JKL est une réduction de GHI dans le rapport 0,4, ou bien

GHI est un **agrandissement** de JKL dans le rapport 2,5 $\left(\frac{2}{0,8} = \frac{3}{1,2} = \frac{4}{1,6} = 2,5 \right)$.



Cas particuliers : configurations de Thalès

Les droites (BM) et (CN) sécantes en A sont coupées par deux droites parallèles (BC) et (MN).

D'après le théorème de Thalès, $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$.

Donc les triangles AMN et ABC sont semblables.

