

Définitions



Perspective cavalière

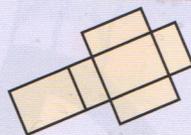
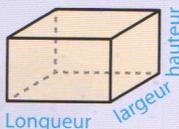
Patron

Volume

Parallélépipède rectangle (ou pavé droit)

Solide composé de six faces rectangulaires.

Cas particulier : le cube

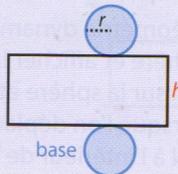
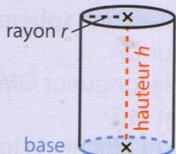


$$V = \text{Longueur} \times \text{largeur} \times \text{hauteur} \\ = L \times \ell \times h$$

Cylindre de révolution

Solide composé :

- de deux faces parallèles et superposables en forme de disque : les bases ;
- d'une surface latérale.

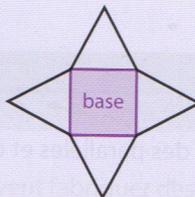
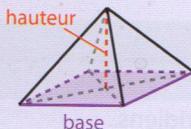


$$V = \text{Aire de la base} \times \text{hauteur} \\ = \pi r^2 h$$

Pyramide

Solide composé :

- d'un sommet S ;
- d'une base polygonale ne contenant pas S ;
- de faces latérales triangulaires de sommet S.

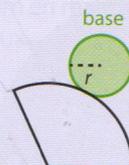
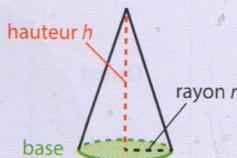


$$V = \frac{1}{3} \text{ Aire de la base} \times \text{hauteur}$$

Cône de révolution

Solide composé :

- d'une base en forme de disque ;
- d'un sommet S situé sur la perpendiculaire à la base passant par son centre ;
- d'une surface latérale.



$$V = \frac{1}{3} \text{ Aire de la base} \times \text{hauteur} \\ = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$



Tout point M d'un parallélépipède rectangle peut être repéré à partir d'un sommet et des arêtes partant de ce sommet. Un point M est repéré par trois nombres, appelés les **coordonnées de M** : x_M est son **abscisse**, y_M est son **ordonnée** et z_M est sa **cote** (ou altitude). On note $M(x_M; y_M; z_M)$.

Définition

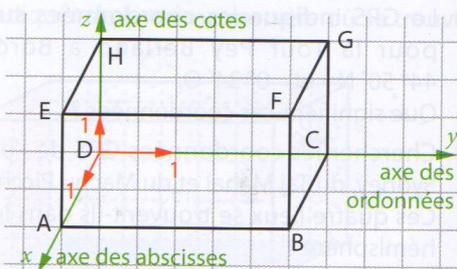
Exemple

Dans le repère tracé ci-contre :

- D est l'origine du repère ;
- la droite (Dx) est l'axe des abscisses ;
- la droite (Dy) est l'axe des ordonnées ;
- la droite (Dz) est l'axe des cotes.
- Coordonnées de quelques points :

$$D(0; 0; 0) \quad A(2; 0; 0) \quad C(0; 3; 0)$$

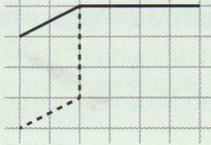
$$H(0; 0; 3) \quad B(2; 3; 0) \quad F(2; 3; 3)$$





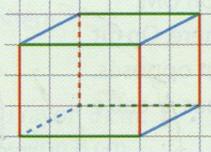
1 Représenter des solides et calculer des volumes

- 1 Terminer la représentation en perspective cavalière de ce pavé droit.



Solution

Les arêtes parallèles et de même longueur sont représentées par des segments parallèles et de même longueur.



N'oublie pas que les arêtes cachées sont tracées en pointillés.



- 2 Calculer le volume d'une pyramide à base rectangulaire de longueur 3 dm, de largeur 6,3 dm et de hauteur 25 dm.

Solution

On utilise la formule du volume d'une pyramide :

$$V = \frac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$$



Assure-toi que toutes les longueurs sont dans la même unité.

On calcule d'abord l'aire de la base (rectangle) :

$$A = \text{Longueur} \times \text{largeur} = 3 \times 6,3 = 18,9 \text{ dm}^2$$

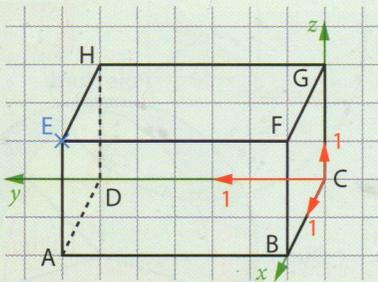
On calcule ensuite le volume sans oublier l'unité :

$$V = \frac{18,9 \times 25}{3} = 157,5 \text{ dm}^3$$

- 3
1. Représenter en perspective cavalière une pyramide de hauteur 8 cm et dont la base est un carré de côté 4 cm.
 2. Calculer le volume d'un cône de révolution de rayon 8 cm et de hauteur 89 mm.
 3. Tracer un patron d'une pyramide régulière dont la base est un carré de 4,5 cm de côté et dont les arêtes latérales mesurent 6,2 cm.

2 Se repérer dans un parallélépipède rectangle

- 4 ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle. Donner les coordonnées du point E dans le repère tracé ci-dessous.

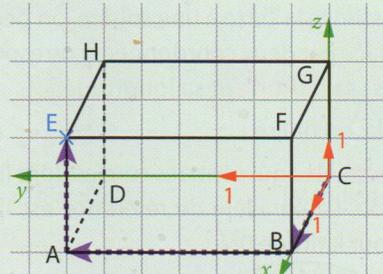


Fais attention à l'ordre des coordonnées !



Solution

On cherche comment aller de l'origine C du repère jusqu'au point E en suivant des chemins parallèles aux axes :



- On avance de 2 unités suivant l'axe des abscisses (Cx) ;
 - on avance de 2 unités suivant l'axe des ordonnées (Cy) ;
 - on avance de 3 unités suivant l'axe des cotes (Cz).
- Les coordonnées de E dans ce repère sont donc (2 ; 2 ; 3).

3 Reconnaître et représenter une sphère

Vidéo

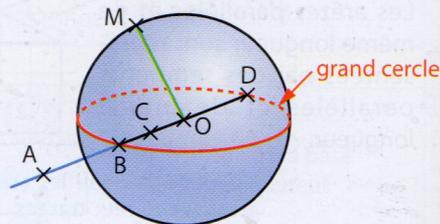
Définitions

Soit O un point de l'espace et r un nombre positif.

- La **sphère** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM = r$.
- Un **grand cercle** de la sphère est un cercle de centre O et de rayon r .
- La **boule** de centre O et de rayon r est l'ensemble des points M de l'espace tels que $OM \leq r$.

Exemple

Cette sphère a pour centre O et pour rayon OM .
Le segment $[BD]$ est un diamètre de la sphère. On dit que les points B et D sont diamétralement opposés.
Les points O , A et C n'appartiennent pas à cette sphère.
Les points M , B et D appartiennent à la sphère.
Les points M , C , O , B et D appartiennent à la boule.
Le point A n'appartient pas à la boule.



- Une sphère est une surface : elle est « creuse ».
- Une boule est un solide : elle est « pleine ».
- Une sphère n'a pas de patron.

Propriétés

- L'aire \mathcal{A} d'une sphère de rayon r est donnée par la formule :
- Le volume d'une boule de rayon r est donné par la formule :

$$\mathcal{A} = 4\pi r^2$$

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

4 Se repérer sur une sphère

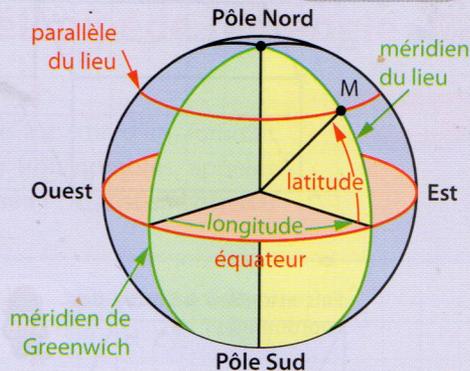
Vidéo

Définitions

Si l'on assimile la Terre à une sphère, on peut repérer un point M à sa surface par deux coordonnées correspondant à des mesures d'angles : sa **latitude** et sa **longitude**.

Pour cela, on utilise :

- des **parallèles** qui sont des cercles dont les points ont la même **latitude**. Le parallèle de référence est l'équateur : ses points ont pour latitude 0° ;
- des **méridiens** qui sont des demi-cercles passant par les pôles dont les points ont la même **longitude**. Le méridien d'origine est le méridien de Greenwich : ses points ont pour longitude 0° .



- Les latitudes sont comprises entre 0° et 90° Nord ou Sud.
- Les longitudes sont comprises entre 0° et 180° Est ou Ouest.



3 Reconnaître et représenter une sphère

6 Soit une sphère de centre O et de rayon 8 cm. A, B et C sont trois points de l'espace tels que : OA = 12 cm, OB = 6 cm et OC = 8 cm.

Les phrases suivantes sont-elles vraies ou fausses ?

- a. Le point B appartient à la sphère.
- b. Le point A est extérieur à la boule.
- c. Le point B appartient à la boule.
- d. Le point C appartient à la sphère.

Solution

- a. Faux car OB n'est pas égal au rayon 8 cm.
- b. Vrai car OA est supérieur au rayon 8 cm.
- c. Vrai car OB est inférieur au rayon 8 cm.
- d. Vrai car OC est égal au rayon 8 cm.

7 Calculer le volume d'une boule de rayon 4,5 cm.

Solution

On écrit la formule générale et on remplace le rayon par sa valeur.

$$V = \frac{4\pi r^3}{3}$$

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times 4,5^3 = 121,5\pi \text{ cm}^3 \text{ (valeur exacte)}$$

$$V \approx 381,7 \text{ cm}^3 \text{ (valeur approchée à } 0,1 \text{ cm}^3 \text{ près)}$$

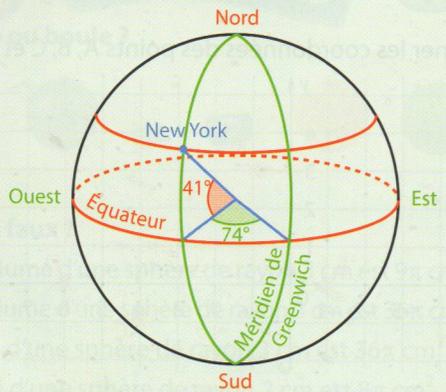
Le volume de la boule est environ 381,7 cm³.

Fais attention aux unités !

- 8 1. Calculer une valeur approchée au centimètre carré près de l'aire de la sphère de rayon 6,3 cm.
- 2. Calculer une valeur approchée à 0,1 cm³ près du volume de la boule de diamètre 12 cm.

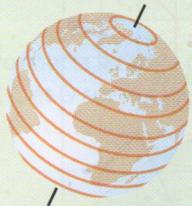
4 Se repérer sur une sphère

9 En utilisant la figure ci-dessous, donner la latitude et la longitude de New York.

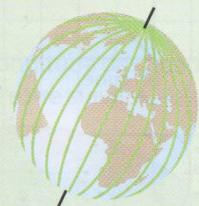


Solution

- La latitude est lue sur un parallèle. Elle correspond à l'angle rouge, qui mesure 41°. New York se trouve dans l'hémisphère Nord, sa latitude est donc 41° Nord.
- La longitude est lue sur un méridien. Elle correspond à l'angle vert qui mesure 74°. New York se trouve dans l'hémisphère Ouest, sa longitude est donc 74° Ouest.



Parallèles



Méridiens

- 10 1. Donner les coordonnées des points A, B et C.
- 2. Placer le point D de latitude 30° Nord et de longitude 45° Est.

