Chapitre 6 :

Géométrie dans l'espace

I. Conversions

Le volume mesure un espace à 3 dimensions comme le cube par exemple.

L'unité de volume est le mètre cube noté : … …. $\mathbf{1}\ \boldsymbol{m^3}$ correspond au volume d'un cube de ……….. de côté.

Kilomètre cube			**Hectomètre cube**			**Décamètre cube**			**Mètre cube**			**Décimètre cube**			**Centimètre cube**			**Millimètre cube**		
$\boldsymbol{km^3}$			$\boldsymbol{hm^3}$			$\boldsymbol{dam^3}$			$\boldsymbol{m^3}$			$\boldsymbol{dm^3}$			$\boldsymbol{cm^3}$			$\boldsymbol{mm^3}$		
											kL	**hL**	**daL**	**L**	**dL**	**cL**	**mL**			

Exercice : Complète les égalités :

$59\,487\ mm^3 =$ cm^3

$0{,}984\ m^3 =$ dm^3

$37\,852\,174\ cm^3 =$ m^3

$27\ dm^3 =$ L

$3\,841\ hL =$ m^3

$25{,}323\ m^3 =$ mm^3

$4{,}9\ km^3 =$ dam^3

$97\ dm^3 =$ m^3

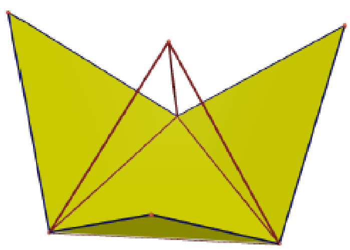
$496\ cm^3 =$ L

$5\ L =$ mm^3

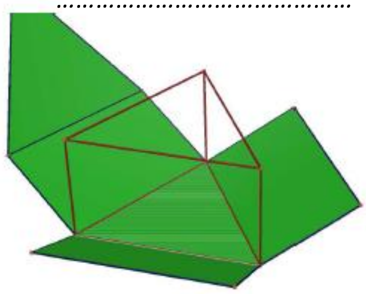
II. Patrons de solides usuels

Un …………………………. d'un solide est obtenu en plaçant toutes ses faces dans un même plan

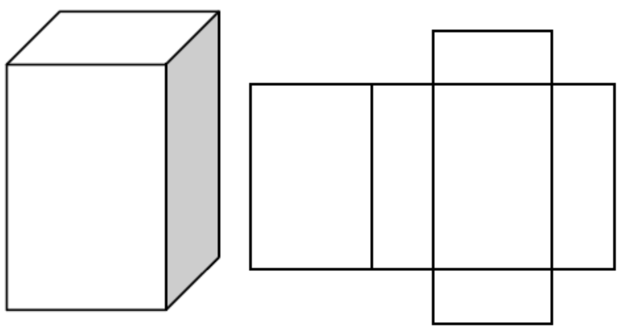
………………………………. à base triangulaire



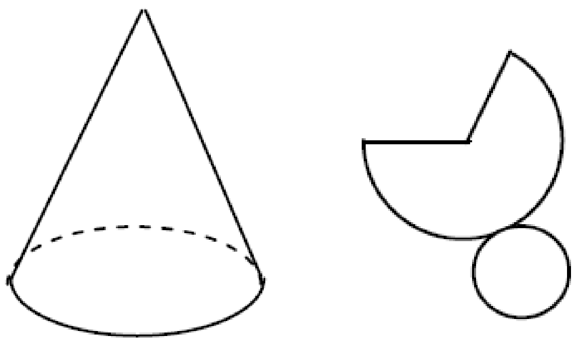
……………………………………….

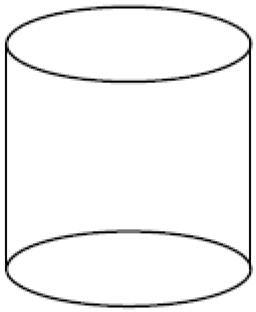


……………………………………. rectangle ou …………

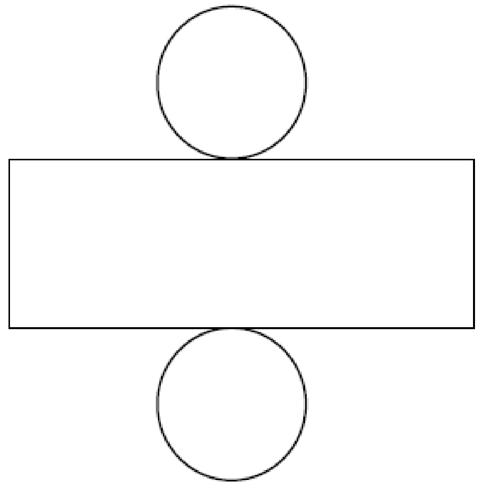


………………… de ………………………………..





……………………… de ………………………

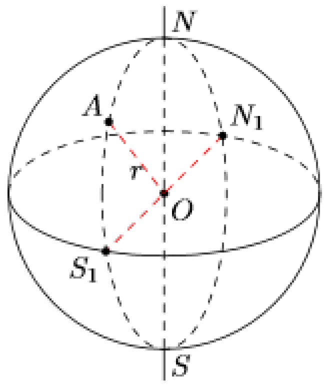


III. Sphère et boule

Définition :

Si O est un point de l'espace et R est un nombre positif donné :

- La **sphère** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O exactement ………………… à R.
- La **boule** de centre O et de rayon R est l'ensemble des points de l'espace situés à une distance de O ………………… ou …………………… à R.



Remarque : La boule est ………………… alors que la sphère est ………………….

Exemple : Une boule de pétanque est une ……………., une boule de savon est une ………………….

Propriété :

La formule du volume d'une boule de rayon R est donnée par : $V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3$

La formule de l'aire d'une sphère de rayon R est donnée par : $A = 4 \times \pi \times R^2$

Exemple :

Une balle de Tennis une boule de rayon 3,35 cm. On peut calculer son volume.

$$V = \frac{4}{3} \times \pi \times R^3 = \frac{4}{3} \times \pi \times \dots\dots\dots^3 \approx \dots\dots\dots\ cm^3$$

On peut aussi considérer qu'une balle de Tennis est une sphère en considérant que le contour. On peut calculer son aire latérale.

$$A = 4 \times \pi \times R^2 = 4 \times \pi \times \dots\dots^2 \approx \dots\dots\dots\ cm^2$$

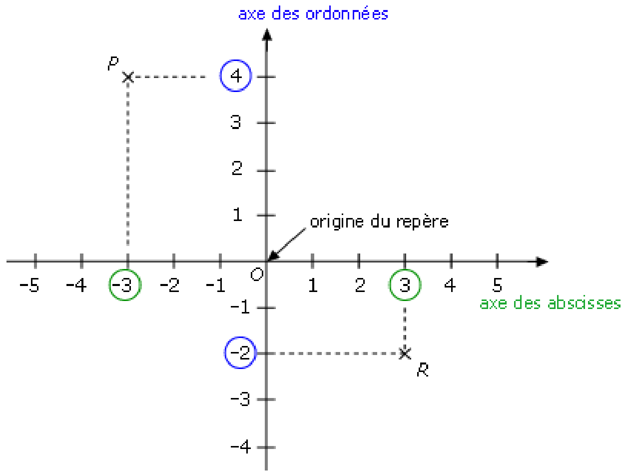
IV. Repérage

1) Repère dans le plan

Depuis la classe de 5ème, nous savons nous repérer dans un repère du plan.

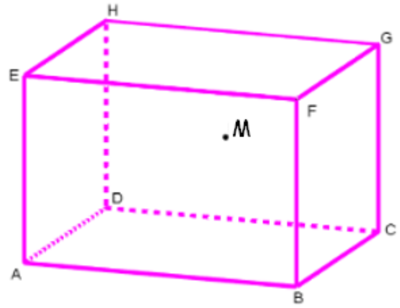
En effet, un point peut être repéré par deux nombres, le 1er son ……………………………… sur l'axe ……………………………………… et le 2ème son ………………………………… sur l'axe ………………………………

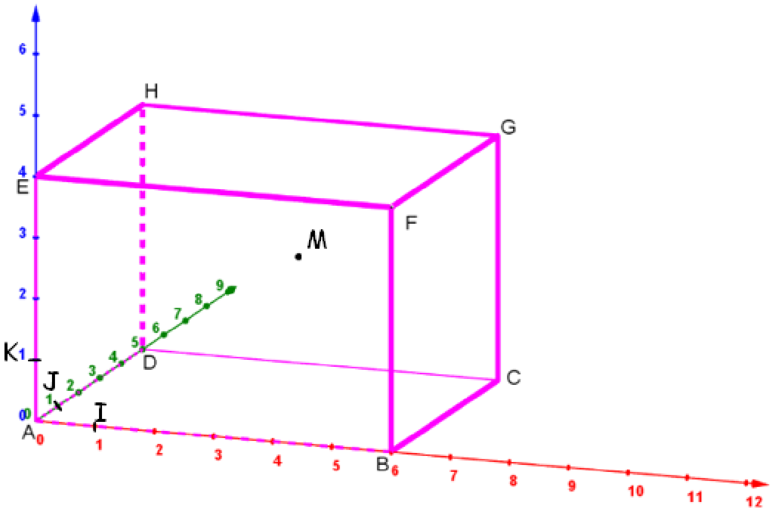
Ainsi P (……… ; ………) et R (……… ; ………)



2) Repère dans l'espace

On veut repérer la position du point M dans le parallélépipède rectangle ABCDEFGH ci-contre.





On peut choisir comme origine du repère le point A. Les axes gradués sont portés par les arêtes [AI], [AJ], [AK].

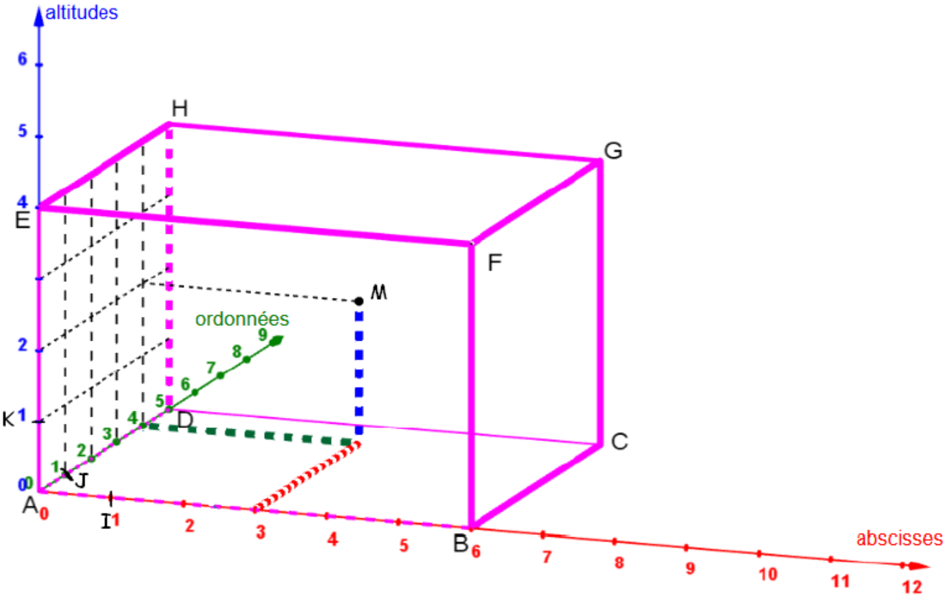
Le repère est noté :

(…… ; …… , …… , ……)

avec [AI] l'unité pour l'………………………, [AJ] pour l'……………………… et [AK] pour l'……………………………

Ainsi un point est repéré par ……… nombres (comme la 3 dimensions dit 3D) et de la forme

(…………………………… ; …………………………… ; ……………………………)



Les coordonnées du point M sont donc dans le repère (A ; I , J , K)

M (……… ; ……… ; ………)

On a aussi :

A (…… ; …… ; ……) , B (…… ; …… ; ……)

C (…… ; …… ; ……) , D (…… ; …… ; ……)

E (…… ; …… ; ……) , F (…… ; …… ; ……)

G (…… ; …… ; ……) , H (…… ; …… ; ……)

Remarque : Si on considère maintenant le repère (A ; B , D , E), les coordonnées changent, c'est-à-dire :

B (…… ; …… ; ……) ; C (…… ; …… ; ……) H (…… ; …… ; ……) ; F (…… ; …… ; ……) ; G (…… ; …… ; ……)

3) Coordonnées géographiques sur une sphère

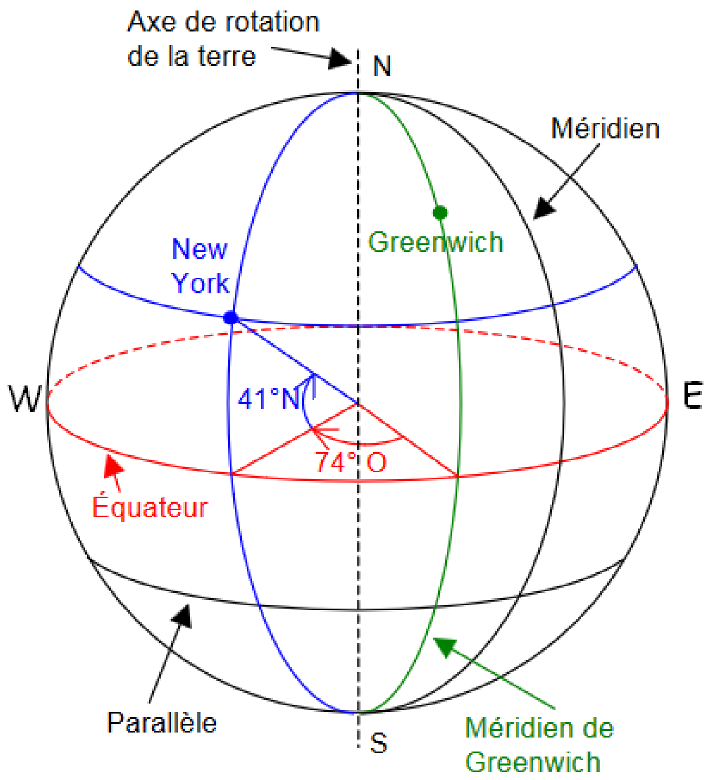
On assimilera la terre à une sphère de 6 400 km de rayon et de centre O.

Les points N et S représentent respectivement le pôle …………….. et le pôle …………..

Le demi-cercle de diamètre [NS] qui passe par G s'appelle Méridien de ……………………………

On repère un point sur la Terre par la donnée de :

- Sa ……………………………… : c'est l'angle en degrés avec le Méridien de Greenwich suivi de la lettre W (……………..) ou E (……………..) :
- Sa ………………………………… : c'est l'angle en degrés entre le parallèle du point et l'équateur, suivi de la lettre N (……………..) ou S (……………..).

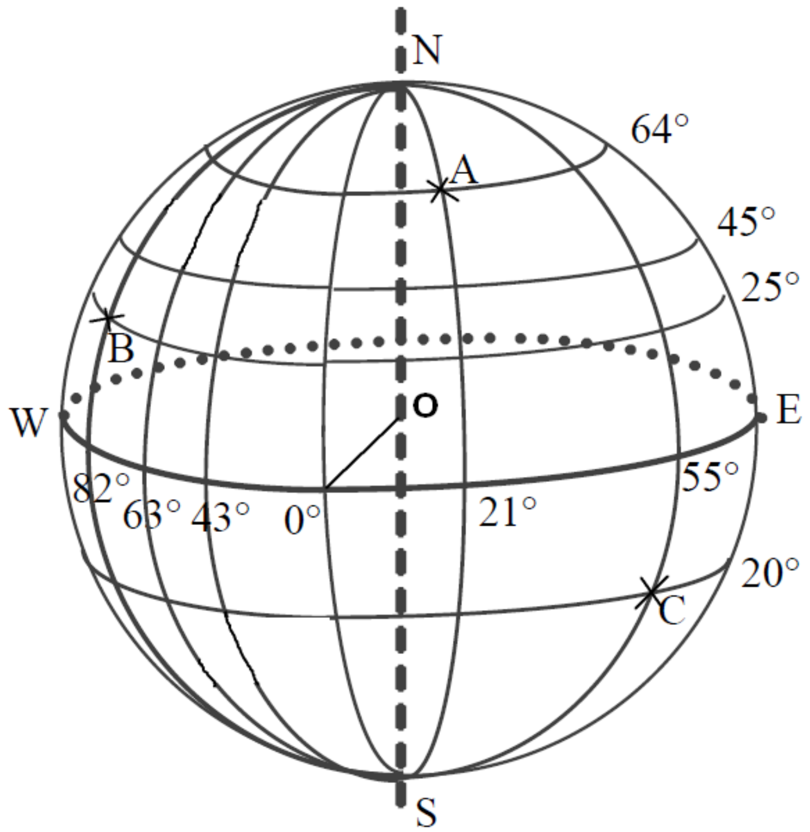


La longitude pour **New York** est ……………..et sa latitude est …………

Les coordonnées de **New York** sous la forme (longitude ; latitude) c'est-à-dire **(** ………….. **,** ………….. **)**

Pour info, les coordonnées approximatives de Balbigny sont (4° E ; 45° N)

Exercices :



1) Quelles sont les coordonnées des points A, B et C ?

A (…………….. ; ……………..)

B (…………….. ; ……………..)

C (…………….. ; ……………..)

2) Place le point D (55° E ; 45° N) et le point E (43° W ; 20° S) sur la sphère.

V. Section plane de solides

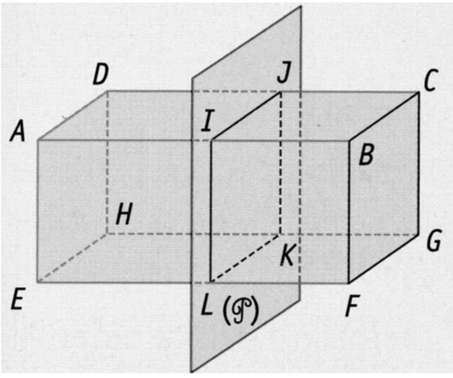
1) Définition

Définition :

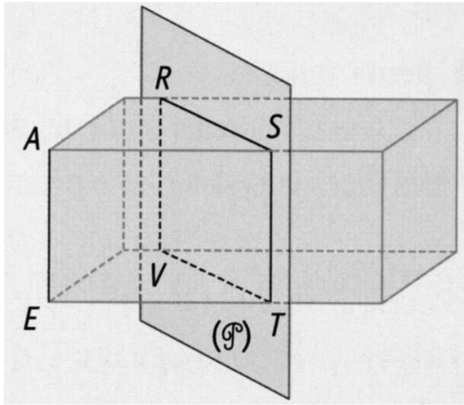
Un solide est coupé par un plan. La surface obtenue s'appelle la ……………………………………………… du solide.

2) Section d'un parallélépipède rectangle

La section plane d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une face est un …………………………… de mêmes dimensions que cette face.



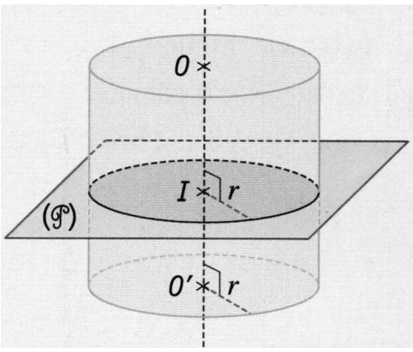
La section plane d'un parallélépipède rectangle par un plan parallèle à une arrête est un ……………………………



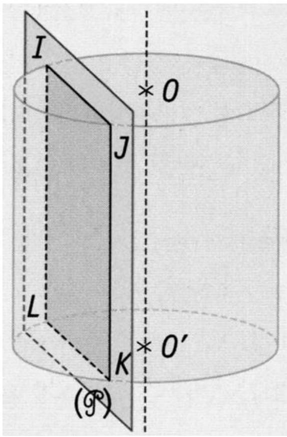
Remarque : La section plane d'un cube par un plan parallèle à une face est un ……………………….

3) Section d'un cylindre de révolution

La section d'un cylindre de révolution par un plan perpendiculaire à son axe est un ……………………… de même rayon que le ………………………………



La section plane d'un cylindre de révolution par un plan parallèle à son axe est un ……………………………………



IJLK est un …………………………

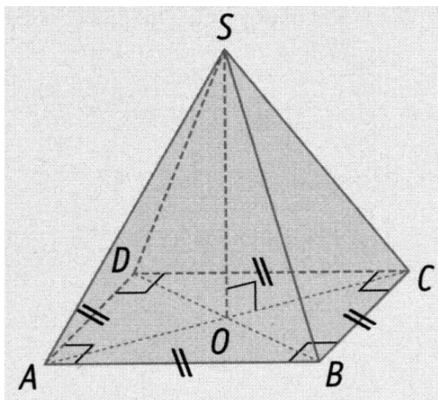
VI. Pyramide et cône de révolution

1) Pyramide régulière

Définition :

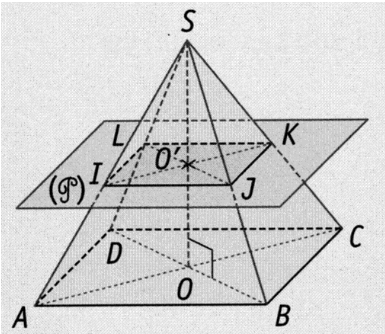
Une pyramide **régulière** est une pyramide telle que :

- Sa base est un …………………………… ou un ………………………………………
- Sa hauteur passe par le …………………………… de sa base.



2) Section de pyramide et de cône de révolution

La section plane d'une pyramide régulière par un plan parallèle à la base est une ………………………………… de sa base.



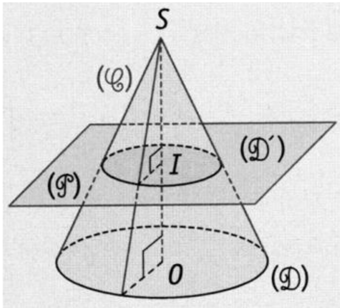
Le carré ……………est une réduction de carré …………..

Le solide SIJKL est une pyramide régulière, ………………………… de la pyramide SABCD.

Le **rapport de réduction** est par exemple :

$\frac{SI}{SA}$ ou $\frac{SO'}{SO}$ ou $\frac{IJ}{AB}$ et on le note en général k

La section plane d'un cône de révolution par un plan parallèle à son axe est une ………………………………………… de la base.



Le disque (D') est une ………………………… du disque (D).

Le solide de sommet S qui a pour base le disque (D') est un cône de révolution, …………………… du cône entier.

Le **rapport de réduction** est:

$$\frac{SI}{SO} = k$$

VII. Effets lors d'un agrandissement ou d'une réduction de rapport k

Propriété :

Lors d'un agrandissement ou une réduction de rapport k :

Les longueurs sont multipliées par ……… les aires par ………et les volumes par ………

Remarques : Si k > 1, on parle ………………………………………………………… et si k < 1, on parle ……………………………………………………

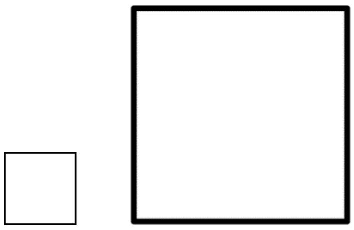
Un agrandissement de rapport 2 signifie que toutes les dimensions sont multipliées par ……….. alors qu'une réduction de rapport $\frac{1}{4}$ signifie que toute les dimensions sont multipliées par ……….. ou divisées par ………..

- On considère un carré de côté **2 cm**. Quel sera son aire lors d'un **agrandissement** de rapport **3** ?

Si on note **A** l'aire du carré de base et **A'** l'aire du carré agrandi, alors on a :

$$\boldsymbol{A' = A \times \ldots^2 = \ldots^2 \times \ldots^2 = \ldots \times \ldots = \ldots}$$

L'aire du carré agrandi est de … … cm^2.



- On considère un cube de côté **4 cm**. Quel sera son volume lors d'une **réduction** de rapport $\frac{1}{2}$?

Si on note **V** le volume du cube de départ et **V'** le volume du cube réduit, alors on a :

$$\boldsymbol{V' = V \times \ldots^3 = \ldots^3 \times \left(\frac{\ldots}{\ldots}\right)^3 = \ldots \times \frac{\ldots}{\ldots} = \ldots}$$

Le volume réduit est de … … cm^3.