

D3 - PROBABILITES

Mots clés : Expérience aléatoire, équiprobable, évènement, évènement certain, évènement contraire, évènement impossible, évènement incompatible, issue, probabilité

1°) Modéliser une expérience aléatoire

Définitions :

- Une **expérience aléatoire** est une expérience dans laquelle intervient le hasard. (On ne peut pas prévoir le résultat à l'avance).
- Les différents résultats possibles d'une expérience aléatoire sont appelés des **issues**.
- La **probabilité** d'une issue est « la proportion de chances » d'obtenir cette issue lors d'une expérience aléatoire. C'est un nombre compris entre 0 et 1.
- Lorsque toutes les issues d'une expérience aléatoire ont la même probabilité, on dit que les issues sont **équiprobables**.

Propriétés :

Si on répète un très grand nombre de fois une expérience aléatoire, la fréquence d'apparition d'une issue devient proche d'un nombre qui est la probabilité de cette issue.

Exemples : (p.173)

① On lance une pièce équilibrée. Il y a 2 issues possibles : « pile » ou « face ». Ces deux issues sont équiprobables. On a 1 chance sur 2 d'obtenir l'une ou l'autre.

② La probabilité de tirer une boule rouge dans une urne contenant 3 boules rouges et 2 vertes vaut $\frac{3}{5}$.

2°) Déterminer la probabilité d'un évènement

Définitions :

- Selon le résultat d'une expérience aléatoire, on dit qu'un **événement** est réalisé ou non.
- La probabilité d'un évènement est égale à la somme des probabilités des issues qui le réalisent.

Propriétés :

- La somme des probabilités de toutes les issues d'une expérience aléatoire est égale à 1.
- Dans une expérience aléatoire où toutes les issues sont équiprobables, la probabilité d'un évènement A vaut : $P(A) = \frac{\text{nombre d'issues qui réalisent l'évènement}}{\text{nombre total d'issues}}$

Définitions et propriétés :

- Un **événement impossible** est un évènement qui ne peut jamais se réaliser. Sa probabilité est égale à 0.
- Un **événement certain** est un évènement qui se réalise toujours. Sa probabilité est égale à 1.

Exemples : (p.175)

③ On lance un dé cubique équilibré.

Les issues qui réalisent l'évènement « obtenir un nombre pair » sont 2, 4, et 6.

La probabilité de cet évènement est égale à 0,5.

L'évènement « obtenir 8 » est impossible.

L'évènement « obtenir un numéro entre 1 et 6 » est certain.

3°) Utiliser des événements incompatibles ou contraires

Définitions :

- On dit que deux **événements** sont **incompatibles** s'ils ne peuvent pas se réaliser en même temps.
- L'**événement contraire** d'un événement A est l'événement qui se réalise lorsque A n'est pas réalisé. On le note \bar{A} .

Propriétés :

- Si deux événements A et B sont incompatibles, la probabilité pour que l'un ou l'autre se réalise est égale à la somme des probabilités de ces deux événements : $P(A \text{ ou } B) = P(A) + P(B)$.
- La somme des probabilités d'un événement et de son contraire vaut 1 : $P(A) + P(\bar{A}) = 1$

Exemples : (p.177)

④ On tire une carte dans un jeu de 32 cartes.

Les événements « la carte tirée est un carreau » et « la carte tirée est noire » sont incompatibles.

⑤ On choisit au hasard un mois de l'année.

On considère l'événement A : « Le nom du mois contient la lettre R »

Quelle est la probabilité de l'événement \bar{A} ?

L'événement \bar{A} est « Le nom du mois ne contient pas la lettre R », il est réalisé avec les mois :

Mai, juin, juillet, août. Sa probabilité est $P(\bar{A}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$